

KHẢO SÁT VÀ VẼ ĐỒ THỊ HÀM SỐ CHUẨN

Thầy Đặng Việt Hùng

Câu 1: Đề thi Đại học khối A năm 2013

Câu 1 (2,0 điểm). Cho hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + 3mx - 1$ (1), với m là tham số thực.

- a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1) khi $m = 0$.
- b) Tìm m để hàm số (1) nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

Đáp án của Bộ giáo dục và Đào tạo

Khi $m = 0$ ta có $y = -x^3 + 3x^2 - 1$. • Tập xác định: $D = \mathbb{R}$. • Sự biến thiên: - Chiều biến thiên: $y' = -3x^2 + 6x$; $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$ hoặc $x = 2$.	0,25															
Khoảng đồng biến: $(0; 2)$; các khoảng nghịch biến: $(-\infty; 0)$ và $(2; +\infty)$. - Cực trị: Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$, $y_{CT} = -1$; đạt cực đại tại $x = 2$, $y_{CB} = 3$. - Giới hạn: $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -\infty$.	0,25															
- Bảng biến thiên: <div style="text-align: center; margin: 10px 0;"> <table style="margin: 0 auto; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">x</td> <td style="padding: 5px;">$-\infty$</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">2</td> <td style="padding: 5px;">$+\infty$</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">y'</td> <td style="padding: 5px;">$-$</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">$+$</td> <td style="padding: 5px;">0</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">y</td> <td style="padding: 5px;">$+\infty$</td> <td style="padding: 5px;">-1</td> <td style="padding: 5px;">3</td> <td style="padding: 5px;">$-\infty$</td> </tr> </table> </div>	x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	y'	$-$	0	$+$	0	y	$+\infty$	-1	3	$-\infty$	0,25
x	$-\infty$	0	2	$+\infty$												
y'	$-$	0	$+$	0												
y	$+\infty$	-1	3	$-\infty$												
• Đồ thị: <div style="text-align: center; margin: 10px 0;"> </div>	0,25															

Câu 2: Đề thi Đại học khối B năm 2013

Câu 1 (2,0 điểm). Cho hàm số $y = 2x^3 - 3(m + 1)x^2 + 6mx$ (1), với m là tham số thực.

- a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1) khi $m = -1$.
- b) Tìm m để đồ thị hàm số (1) có hai điểm cực trị A và B sao cho đường thẳng AB vuông góc với đường thẳng $y = x + 2$.

Đáp án của Bộ giáo dục và Đào tạo

Khi $m = -1$ ta có $y = 2x^3 - 6x$. <ul style="list-style-type: none"> • Tập xác định: $D = \mathbb{R}$. • Sự biến thiên: <ul style="list-style-type: none"> - Chiều biến thiên: $y' = 6x^2 - 6$; $y' = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$. 	0,25															
Các khoảng đồng biến: $(-\infty; -1)$ và $(1; +\infty)$; khoảng nghịch biến: $(-1; 1)$. <ul style="list-style-type: none"> - Cực trị: Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$, $y_{CT} = -4$; đạt cực đại tại $x = -1$, $y_{CB} = 4$. - Giới hạn: $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$. 	0,25															
- Bảng biến thiên: <div style="text-align: center; margin: 10px 0;"> <table style="margin: auto; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">x</td> <td style="padding: 5px;">$-\infty$</td> <td style="padding: 5px;">-1</td> <td style="padding: 5px;">1</td> <td style="padding: 5px;">$+\infty$</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">y'</td> <td style="padding: 5px;">$+$</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">$-$</td> <td style="padding: 5px;">0</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">y</td> <td style="padding: 5px;">$-\infty$</td> <td style="padding: 5px;">4</td> <td style="padding: 5px;">-4</td> <td style="padding: 5px;">$+\infty$</td> </tr> </table> </div>	x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	y'	$+$	0	$-$	0	y	$-\infty$	4	-4	$+\infty$	0,25
x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$												
y'	$+$	0	$-$	0												
y	$-\infty$	4	-4	$+\infty$												
• Đồ thị: <div style="text-align: center; margin: 20px 0;"> </div>	0,25															

Câu 3: Đề thi Đại học khối D năm 2013

Câu 1 (2,0 điểm). Cho hàm số $y = 2x^3 - 3mx^2 + (m - 1)x + 1$ (1), với m là tham số thực.

- a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1) khi $m = 1$.
- b) Tìm m để đường thẳng $y = -x + 1$ cắt đồ thị hàm số (1) tại ba điểm phân biệt.

Đáp án của Bộ giáo dục và Đào tạo

Khi $m = 1$ ta có $y = 2x^3 - 3x^2 + 1$. <ul style="list-style-type: none"> • Tập xác định: $D = \mathbb{R}$. • Sự biến thiên: <ul style="list-style-type: none"> - Chiều biến thiên: $y' = 6x^2 - 6x$; $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$ hoặc $x = 1$. 	0,25															
Các khoảng đồng biến: $(-\infty; 0)$ và $(1; +\infty)$; khoảng nghịch biến: $(0; 1)$. <ul style="list-style-type: none"> - Cực trị: Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$, $y_{CT} = 0$; đạt cực đại tại $x = 0$, $y_{CB} = 1$. - Giới hạn: $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$. 	0,25															
- Bảng biến thiên: <div style="text-align: center; margin-top: 10px;"> <table style="margin: auto; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">x</td> <td style="padding: 5px;">$-\infty$</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">1</td> <td style="padding: 5px;">$+\infty$</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">y'</td> <td style="padding: 5px;">+</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">-</td> <td style="padding: 5px;">0</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">y</td> <td style="padding: 5px;">$-\infty$</td> <td style="padding: 5px;">↗</td> <td style="padding: 5px;">↘</td> <td style="padding: 5px;">$+\infty$</td> </tr> </table> </div>	x	$-\infty$	0	1	$+\infty$	y'	+	0	-	0	y	$-\infty$	↗	↘	$+\infty$	0,25
x	$-\infty$	0	1	$+\infty$												
y'	+	0	-	0												
y	$-\infty$	↗	↘	$+\infty$												
• Đồ thị: <div style="text-align: center; margin-top: 20px;"> </div>	0,25															

Câu 4: Đề thi Đại học khối A năm 2012

Câu 1 (2,0 điểm). Cho hàm số $y = x^4 - 2(m+1)x^2 + m^2$ (1), với m là tham số thực.

- a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1) khi $m = 0$.
- b) Tìm m để đồ thị của hàm số (1) có ba điểm cực trị tạo thành ba đỉnh của một tam giác vuông.

Đáp án của Bộ giáo dục và Đào tạo

Khi $m = 0$, ta có: $y = x^4 - 2x^2$.	0,25																								
<ul style="list-style-type: none"> • Tập xác định: $D = \mathbb{R}$. • Sự biến thiên: – Chiều biến thiên: $y' = 4x^3 - 4x$; $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$ hoặc $x = \pm 1$.																									
Các khoảng nghịch biến: $(-\infty; -1)$ và $(0; 1)$; các khoảng đồng biến: $(-1; 0)$ và $(1; +\infty)$.	0,25																								
– Cực trị: Hàm số đạt cực tiểu tại $x = \pm 1$, $y_{CT} = -1$; đạt cực đại tại $x = 0$, $y_{CB} = 0$.																									
– Giới hạn: $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$.																									
– Bảng biến thiên:	0,25																								
<table style="margin: auto; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">x</td> <td style="padding: 5px;">$-\infty$</td> <td style="padding: 5px;">-1</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">1</td> <td style="padding: 5px;">$+\infty$</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">y'</td> <td style="padding: 5px;">-</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">+</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">+</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">y</td> <td style="padding: 5px;">$+\infty$</td> <td style="padding: 5px;">↘</td> <td style="padding: 5px;">↗</td> <td style="padding: 5px;">↘</td> <td style="padding: 5px;">↗</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black;"></td> <td></td> <td style="text-align: center; padding: 5px;">-1</td> <td style="text-align: center; padding: 5px;">0</td> <td style="text-align: center; padding: 5px;">-1</td> <td></td> </tr> </table>	x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	y'	-	0	+	0	+	y	$+\infty$	↘	↗	↘	↗			-1	0	-1		
x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$																				
y'	-	0	+	0	+																				
y	$+\infty$	↘	↗	↘	↗																				
		-1	0	-1																					
<ul style="list-style-type: none"> • Đồ thị: 	0,25																								

Câu 5: Đề thi Đại học khối B năm 2012

Câu 1 (2,0 điểm). Cho hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3m^3$ (1), m là tham số thực.

- a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1) khi $m=1$.
- b) Tìm m để đồ thị hàm số (1) có hai điểm cực trị A và B sao cho tam giác OAB có diện tích bằng 48.

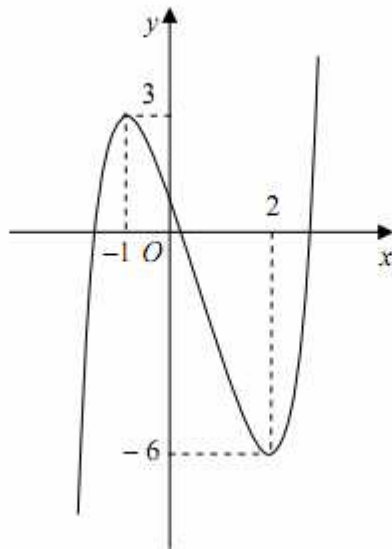
Khi $m=1$, ta có: $y = x^3 - 3x^2 + 3$. • Tập xác định: $D = \mathbb{R}$. • Sự biến thiên: - Chiều biến thiên: $y' = 3x^2 - 6x$; $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$ hoặc $x = 2$. Các khoảng đồng biến: $(-\infty; 0)$ và $(2; +\infty)$, khoảng nghịch biến: $(0; 2)$. - Cực trị: Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$, $y_{CD} = 3$; đạt cực tiểu tại $x = 2$, $y_{CT} = -1$. - Giới hạn: $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$.	0,25															
- Bảng biến thiên: <table style="margin-left: auto; margin-right: auto; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">x</td> <td style="padding: 5px;">$-\infty$</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">2</td> <td style="padding: 5px;">$+\infty$</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">y'</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">+</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">0</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">-</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">0</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">y</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">$-\infty$</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">3</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">-1</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">$+\infty$</td> </tr> </table>	x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	y'	+	0	-	0	y	$-\infty$	3	-1	$+\infty$	0,25
x	$-\infty$	0	2	$+\infty$												
y'	+	0	-	0												
y	$-\infty$	3	-1	$+\infty$												
• Đồ thị: <div style="text-align: center; margin-top: 20px;"> </div>	0,25															

Câu 6: Đề thi Đại học khối D năm 2012

Câu 1 (2,0 điểm). Cho hàm số $y = \frac{2}{3}x^3 - mx^2 - 2(3m^2 - 1)x + \frac{2}{3}$ (1), m là tham số thực.

- a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1) khi $m = 1$.
- b) Tìm m để hàm số (1) có hai điểm cực trị x_1 và x_2 sao cho $x_1x_2 + 2(x_1 + x_2) = 1$.

Khi $m = 1$, hàm số trở thành $y = \frac{2}{3}x^3 - x^2 - 4x + \frac{2}{3}$.	0,25																						
<ul style="list-style-type: none"> • Tập xác định: $D = \mathbb{R}$. • Sự biến thiên: <ul style="list-style-type: none"> - Chiều biến thiên: $y' = 2x^2 - 2x - 4; y' = 0 \Leftrightarrow x = -1$ hoặc $x = 2$. 	0,25																						
Các khoảng đồng biến: $(-\infty; -1)$ và $(2; +\infty)$; khoảng nghịch biến $(-1; 2)$. - Cực trị: Hàm số đạt cực đại tại $x = -1, y_{CD} = 3$, đạt cực tiểu tại $x = 2, y_{CT} = -6$. - Giới hạn: $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty, \lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$,	0,25																						
- Bảng biến thiên: <div style="text-align: center; margin: 10px 0;"> <table style="margin: auto; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">x</td> <td style="padding: 5px;">$-\infty$</td> <td style="padding: 5px;">-1</td> <td style="padding: 5px;"></td> <td style="padding: 5px;">2</td> <td style="padding: 5px;"></td> <td style="padding: 5px;">$+\infty$</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">y'</td> <td style="padding: 5px;">+</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">-</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">+</td> <td style="padding: 5px;"></td> </tr> </table> <div style="margin-top: 10px;"> <table style="margin: auto; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">y</td> <td style="padding: 5px;">$-\infty$</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">↗</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">3</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">↘</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">-6</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">↗</td> <td style="padding: 5px;">$+\infty$</td> </tr> </table> </div> </div>	x	$-\infty$	-1		2		$+\infty$	y'	+	0	-	0	+		y	$-\infty$	↗	3	↘	-6	↗	$+\infty$	0,25
x	$-\infty$	-1		2		$+\infty$																	
y'	+	0	-	0	+																		
y	$-\infty$	↗	3	↘	-6	↗	$+\infty$																
<ul style="list-style-type: none"> • Đồ thị: 	0,25																						



Câu 7: Đề thi Cao đẳng khối A, A1, B, D năm 2013

Câu 1 (2,0 điểm). Cho hàm số $y = \frac{2x + 1}{x - 1}$.

- a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho.
- b) Gọi M là điểm thuộc (C) có tung độ bằng 5. Tiếp tuyến của (C) tại M cắt các trục tọa độ Ox và Oy lần lượt tại A và B. Tính diện tích tam giác OAB.

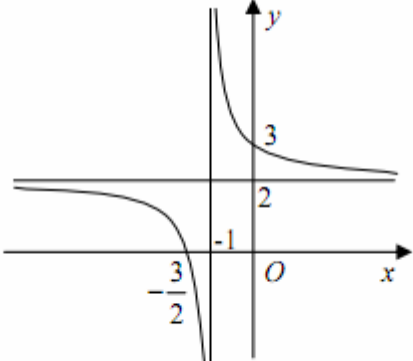
a. (1,0 điểm)																			
<ul style="list-style-type: none"> • Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$. • Sự biến thiên: <ul style="list-style-type: none"> - Chiều biến thiên: $y' = -\frac{3}{(x-1)^2}; y' < 0, \forall x \in D$. Hàm số nghịch biến trên từng khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$. 	0,25																		
<ul style="list-style-type: none"> - Giới hạn và tiệm cận: $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} y = 2$; tiệm cận ngang: $y = 2$. $\lim_{x \rightarrow 1^-} y = -\infty, \lim_{x \rightarrow 1^+} y = +\infty$; tiệm cận đứng: $x = 1$. 	0,25																		
<ul style="list-style-type: none"> - Bảng biến thiên: <div style="text-align: center; margin: 10px 0;"> <table style="border-collapse: collapse; margin: auto;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">x</td> <td style="padding: 5px;">$-\infty$</td> <td style="padding: 5px;"></td> <td style="padding: 5px;">1</td> <td style="padding: 5px;"></td> <td style="padding: 5px;">$+\infty$</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">y'</td> <td style="padding: 5px;"></td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">-</td> <td style="padding: 5px; border-left: 1px solid black; border-right: 1px solid black;"></td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">-</td> <td style="padding: 5px;"></td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">y</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">2</td> <td style="padding: 5px;"></td> <td style="padding: 5px; border-left: 1px solid black; border-right: 1px solid black; text-align: center;">$+\infty$</td> <td style="padding: 5px;"></td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">2</td> </tr> </table> <div style="margin-top: 10px;"> </div> </div>	x	$-\infty$		1		$+\infty$	y'		-		-		y	2		$+\infty$		2	0,25
x	$-\infty$		1		$+\infty$														
y'		-		-															
y	2		$+\infty$		2														
<ul style="list-style-type: none"> • Đồ thị: <div style="text-align: center; margin: 10px 0;"> </div>	0,25																		

Câu 8: Đề thi Cao đẳng khối A, A1, B, D năm 2012

Câu 1. (2,0 điểm) Cho hàm số $y = \frac{2x+3}{x+1}$ (1).

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1).

b) Viết phương trình tiếp tuyến d của đồ thị hàm số (1), biết rằng d vuông góc với đường thẳng $y = x + 2$.

<ul style="list-style-type: none"> • Tập xác định: $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$. • Sự biến thiên: <ul style="list-style-type: none"> - Đạo hàm: $y' = \frac{-1}{(x+1)^2}, y' < 0, \forall x \neq -1$. - Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$. 	0,25												
<ul style="list-style-type: none"> - Giới hạn và tiệm cận: $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} y = 2$; tiệm cận ngang $y = 2$. $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} y = -\infty$ và $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} y = +\infty$; tiệm cận đứng $x = -1$. - Hàm số không có cực trị. 	0,25												
<ul style="list-style-type: none"> - Bảng biến thiên: <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="padding: 5px;">x</td> <td style="padding: 5px;">$-\infty$</td> <td style="padding: 5px;">-1</td> <td style="padding: 5px;">$+\infty$</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">y'</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">-</td> <td style="padding: 5px; border-left: 3px double black; border-right: 3px double black;"></td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">-</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">y</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">2</td> <td style="padding: 5px; border-left: 3px double black; border-right: 3px double black; text-align: center;">$+\infty$</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">2</td> </tr> </table>	x	$-\infty$	-1	$+\infty$	y'	-		-	y	2	$+\infty$	2	0,25
x	$-\infty$	-1	$+\infty$										
y'	-		-										
y	2	$+\infty$	2										
<ul style="list-style-type: none"> • Đồ thị: 	0,25												