

Câu I: (2,0 điểm)

$$\text{Cho } M = \frac{2\sqrt{x}-9}{x-5\sqrt{x}+6} - \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2} - \frac{\sqrt{x}+2}{3-\sqrt{x}}$$

- Tìm điều kiện để M xác định và rút gọn M.
- Tìm x để M là số nguyên.

Câu II: (2,0 điểm)

Cho (P) $y = x^2$ và đường thẳng (d) $y = (4m + 1)x - 2m + 8$

- Tìm giao điểm của (d) và (P) khi $m = 1$
- Tìm m để (d) cắt (P) tại 2 điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 sao cho $(x_2 - x_1)^2 = 65$

Câu III: (2,0 điểm)

Hai công nhân cùng làm một công việc sau 10 giờ thì xong. Nếu người thứ nhất làm một mình trong 1 giờ, sau đó hai người cùng làm tiếp trong 2 giờ thì được 25% công việc. Tính thời gian mỗi người làm một mình xong công việc?

Câu IV: (3,5 điểm)

Cho nửa đường tròn tâm O đường kính $AB=2R$, hai tiếp tuyến Ax, By của (O) cùng thuộc nửa mặt phẳng bờ AB. Tiếp tuyến tại M tùy ý của (O) cắt Ax, By lần lượt tại C, D ($M \neq A, B$)

- Chứng minh tứ giác ACMO và BDMO nội tiếp.
- Chứng minh OC vuông góc OD và $AC \cdot BD = R^2$
- Gọi N là giao điểm của AD và BC, MN cắt AB tại H. Chứng minh $MN \parallel AC$ và N là trung điểm của MH.
- Tính $S_{\Delta MAB}$ biết $AB = 5$ và $S_{ABDC} = 20$

Câu V: (0,5 điểm)

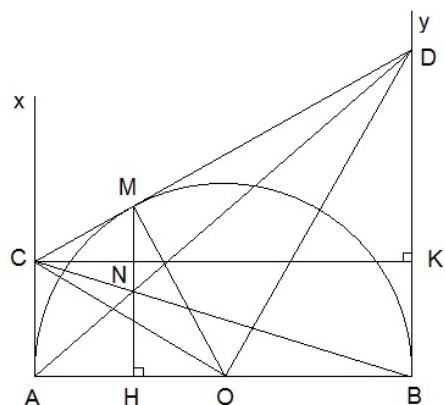
Cho $x, y > 0: x^2 + y^2 = 1$. Chứng minh rằng:

$$P = (1+x)\left(1+\frac{1}{y}\right) + (1+y)\left(1+\frac{1}{x}\right) \geq 4 + 3\sqrt{2}$$

--- Hết ---

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

NỘI DUNG	ĐIỂM
<p>Câu 1: (2,0 điểm) Phần a: (1,0 điểm)</p> <p>Điều kiện xác định $\begin{cases} x \geq 0 \\ \sqrt{x} - 2 \neq 0 \\ \sqrt{x} - 3 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x \neq 4 \\ x \neq 9 \end{cases}$</p> $M = \frac{2\sqrt{x} - 9}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} - 3)} - \frac{\sqrt{x} + 3}{\sqrt{x} - 2} + \frac{\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x} - 3}$ $= \frac{2\sqrt{x} - 9 - (\sqrt{x} + 3)(\sqrt{x} - 3) + (\sqrt{x} + 2)(\sqrt{x} - 2)}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} - 3)}$ $= \frac{2\sqrt{x} - 9 - x + 9 + x - 4}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} - 3)} = \frac{2(\sqrt{x} - 2)}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} - 3)} = \frac{2}{\sqrt{x} - 3}$	<p>0,25 điểm</p> <p>0,75 điểm</p>
<p>Phần b: (1,0 điểm)</p> <p>$M = \frac{2}{\sqrt{x} - 3} \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow \sqrt{x} - 3$ là ước của 2</p> <p>$\Leftrightarrow \sqrt{x} - 3 \in \{\pm 1, \pm 2\} \Leftrightarrow \sqrt{x} \in \{1, 2, 4, 5\}$</p> <p>$\Leftrightarrow x \in \{1, 4, 16, 25\}$</p> <p>Đối chiếu điều kiện ta có: $x \in \{1, 16, 25\}$</p>	<p>0,25 điểm</p> <p>0,25 điểm</p> <p>0,25 điểm</p> <p>0,25 điểm</p>
<p>Câu 2: (2,0 điểm) Phương trình hoành độ giao điểm: $x^2 - (4m + 1)x + 2m - 8 = 0$ (*)</p> <p>Phần a: (1,0 điểm)</p> <p>$m = 1: x^2 - 5x - 6 = 0$</p> <p>Do a+b+c=0: PT có 2 nghiệm $x_1 = -1, x_2 = 6$ vậy 2 giao điểm là $(-1, 1), (6, 36)$</p>	<p>0,5 điểm</p> <p>0,5 điểm</p>
<p>Phần b: (1,0 điểm)</p> <p>Yêu cầu bài toán \Leftrightarrow Phương trình (*) có 2 nghiệm $\neq x_1, x_2: (x_2 - x_1)^2 = 65$</p> <p>Phương trình (*) có 2 nghiệm $\neq \Leftrightarrow \Delta = 16m^2 + 33 > 0 \forall m$</p> <p>Theo Viet $\begin{cases} x_1 + x_2 = 4m + 1 \\ x_1 \cdot x_2 = 2m - 8 \end{cases}$</p> <p>(GT) $\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2 = 65$</p> <p>$\Leftrightarrow (4m + 1)^2 - 4(2m - 8) = 65$</p> <p>$\Leftrightarrow 16m^2 + 33 = 65 \Leftrightarrow m^2 = 2 \Leftrightarrow m = \pm\sqrt{2}$ (t/m)</p>	<p>0,25 điểm</p> <p>0,25 điểm</p> <p>0,25 điểm</p> <p>0,25 điểm</p>
<p>Câu 3: (2,0 điểm)</p> <p>Gọi thời gian người thứ nhất, người thứ hai làm một mình xong công việc lần lượt là x, y (h) ($x > 0, y > 0$), $25\% = \frac{1}{4}$</p> <p>1 giờ người thứ nhất làm được $\frac{1}{x}$ (Công việc), 1 giờ người thứ hai làm được $\frac{1}{y}$ (Công việc), 1 giờ cả 2 người làm được $\frac{1}{10}$ (Công việc)</p> <p>Theo đầu bài ta có hệ $\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{10} \\ \frac{1}{x} + 2\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) = \frac{1}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{10} \\ \frac{3}{x} + \frac{2}{y} = \frac{1}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} = \frac{1}{20} \\ \frac{1}{y} = \frac{1}{20} \end{cases}$</p> <p>$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 20 \text{ (tmdk)} \\ y = 20 \text{ (tmdk)} \end{cases}$ KL: Mỗi người làm một mình trong 20h thì xong công việc.</p>	<p>0,5 điểm</p> <p>1,0 điểm</p> <p>0,5 điểm</p>

<p>Câu 4: (3,5 điểm) Phần a: (1,0 điểm) $\begin{cases} OA \perp AC \rightarrow \widehat{OAC} = 90^\circ \\ OM \perp MC \rightarrow \widehat{OMC} = 90^\circ \end{cases}$ $\rightarrow \widehat{OAC} + \widehat{OMC} = 180^\circ$ $\rightarrow OACM$ nội tiếp CMTT: $BDMO$ nội tiếp</p>	 <p>0,5 điểm 0,5 điểm</p>
<p>Phần b: (1,0 điểm) CA, CM là tiếp tuyến của (O) $\rightarrow OC$ là phân giác \widehat{AOM} DB, DM là tiếp tuyến của (O) $\rightarrow OD$ là phân giác \widehat{BOM} Mà \widehat{AOM} và \widehat{BOM} là 2 góc kề bù $\rightarrow OC \perp OD$ Δ vuông OCD có OM là đường cao $\rightarrow MC \cdot MD = OM^2 = R^2$ Do $MC = AC$, $MD = BD$ (2 tiếp tuyến xuất phát từ 1 điểm) $\rightarrow AC \cdot BD = R^2$</p>	<p>0,25 điểm 0,25 điểm 0,25 điểm 0,25 điểm</p>
<p>Phần c: (1,0 điểm) Ta có $AC \parallel BD \rightarrow \frac{ND}{NA} = \frac{DB}{CA}$ Mà $CA = CM$, $DB = DM$ $\rightarrow \frac{ND}{NA} = \frac{DM}{CM} \rightarrow MN \parallel AC$ $MN \parallel AC \rightarrow MH \parallel AC \parallel BD \rightarrow \frac{MN}{AC} = \frac{DM}{DC} = \frac{BN}{BC} = \frac{NH}{AC} \rightarrow MN = NH$ Hay N là trung điểm của MH</p>	<p>0,5 điểm 0,5 điểm</p>
<p>Phần d: (0,5 điểm) Từ C hạ $CK \perp BD \rightarrow CK = AB = 5$, $BK = AC$ $S_{ABDC} = \frac{1}{2}(AC + BD)AB \Leftrightarrow 20 = \frac{1}{2}(AC + BD)5 \Leftrightarrow AC + BD = 8 \Leftrightarrow CD = 8$ Δ vuông KCD có: $DK^2 = CD^2 - CK^2 = 64 - 25 = 39 \rightarrow DK = \sqrt{39}$ Mà $AC + BD = 2AC + DK = 8 \rightarrow AC = \frac{8 - \sqrt{39}}{2} \rightarrow BD = \frac{8 + \sqrt{39}}{2} = MD$ $\frac{MN}{AC} = \frac{DM}{DC} \rightarrow MN = \frac{AC \cdot DM}{DC} = \frac{64 - 39}{4,8} = \frac{25}{32} \rightarrow MH = \frac{25}{16}$ $S_{\Delta MAB} = \frac{1}{2}AB \cdot MH = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot \frac{25}{16} = \frac{125}{32}$</p>	<p>0,25 điểm 0,25 điểm</p>
<p>Câu 5: (0,5 điểm) Ta có: $P = 1 + x + \frac{x}{y} + \frac{1}{y} + 1 + y + \frac{y}{x} + \frac{1}{x}$ $= 2 + x + \frac{1}{2x} + y + \frac{1}{2y} + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right) + \left(\frac{x}{y} + \frac{y}{x} \right) \geq 2 + 2 \frac{1}{\sqrt{2}} + 2 \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{xy}} + 2$ Ta lại có: $1 = x^2 + y^2 \geq 2xy \Leftrightarrow \frac{1}{xy} \geq 2 \rightarrow \frac{1}{\sqrt{xy}} \geq \sqrt{2}$ $\rightarrow P \geq 4 + 2\sqrt{2} + \sqrt{2} = 4 + 3\sqrt{2}$ Dấu “=” xảy ra khi $\begin{cases} x = \frac{1}{2x}, y = \frac{1}{2y}, x^2 + y^2 = 1 \\ \frac{1}{x} = \frac{1}{y}, \frac{x}{y} = \frac{y}{x}, x = y \end{cases} \Leftrightarrow x = y = \frac{1}{\sqrt{2}}$</p>	<p>0,25 điểm 0,25 điểm</p>