CHỦ ĐỀ I

RÚT GỌN BIỂU THỨC
CÓ CHỨA CĂN THỨC BẬC HAI
CĂN BẬC HAI

A.KIẾN THỨC CƠ BẢN

1.Khái niệm

x là căn bậc hai của số không âm a $\Leftrightarrow$ $x^2 = a$. Kí hiệu: $x = \sqrt{a}$.

2.Điều kiện xác định của biểu thức $\sqrt{A}$

Biểu thức $\sqrt{A}$ xác định $\Leftrightarrow$ $A \geq 0$.

3.Hằng đẳng thức căn bậc hai

$$\sqrt{A^2} = |A| = \begin{cases} A & \text{khi } A \geq 0 \\ -A & \text{khi } A < 0 \end{cases}$$

4.Các phép biến đổi căn thức

+) $\sqrt{A.B} = \sqrt{A}.\sqrt{B} \quad (A \geq 0; B \geq 0)$

+) $\sqrt{\dfrac{A}{B}} = \dfrac{\sqrt{A}}{\sqrt{B}} \quad (A \geq 0; B > 0)$

+) $\sqrt{A^2B} = |A|\sqrt{B} \quad (B \geq 0)$

+) $\sqrt{\dfrac{A}{B}} = \dfrac{1}{|B|}\sqrt{A.B} \quad (A.B \geq 0; B \neq 0)$

+) $\dfrac{m}{A \pm \sqrt{B}} = \dfrac{m.\left(A \mp \sqrt{B}\right)}{A^2 - B} \quad (B \geq 0; A^2 \neq B)$

+) $\dfrac{n}{\sqrt{A} \pm \sqrt{B}} = \dfrac{n.\left(\sqrt{A} \mp \sqrt{B}\right)}{A - B} \quad (A \geq 0; B \geq 0; A \neq B)$

+) $\sqrt{A \pm 2\sqrt{B}} = \sqrt{m \pm 2\sqrt{m.n} + n} = \sqrt{\left(\sqrt{m} \pm \sqrt{n}\right)^2} = \left|\sqrt{m} \pm \sqrt{n}\right|$ với $\begin{cases} m + n = A \\ m.n = B \end{cases}$

BÀI TẬP

Bài 1: Thực hiện phép tính:

1) $2\sqrt{5}-\sqrt{125}-\sqrt{80}+\sqrt{605}$;

2) $\dfrac{10+2\sqrt{10}}{\sqrt{5}+\sqrt{2}}+\dfrac{8}{1-\sqrt{5}}$;

3) $\sqrt{15-\sqrt{216}}+\sqrt{33-12\sqrt{6}}$;

4) $\dfrac{2\sqrt{8}-\sqrt{12}}{\sqrt{18}-\sqrt{48}}-\dfrac{\sqrt{5}+\sqrt{27}}{\sqrt{30}+\sqrt{162}}$;

5) $\sqrt{\dfrac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}}+\sqrt{\dfrac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}}$;

6) $2\sqrt{\dfrac{16}{3}}-3\sqrt{\dfrac{1}{27}}-6\sqrt{\dfrac{4}{75}}$;

7) $2\sqrt{27}-6\sqrt{\dfrac{4}{3}}+\dfrac{3}{5}\sqrt{75}$;

8) $\dfrac{\sqrt{3-\sqrt{5}}.\left(3+\sqrt{5}\right)}{\sqrt{10}+\sqrt{2}}$

9) $\sqrt{8\sqrt{3}}-2\sqrt{25\sqrt{12}}+4\sqrt{\sqrt{192}}$;

10) $\sqrt{2-\sqrt{3}}\left(\sqrt{5}+\sqrt{2}\right)$;

11) $\sqrt{3-\sqrt{5}}+\sqrt{3+\sqrt{5}}$;

12) $\sqrt{4+\sqrt{10+2\sqrt{5}}}+\sqrt{4-\sqrt{10+2\sqrt{5}}}$;

13) $\left(5+2\sqrt{6}\right)\left(49-20\sqrt{6}\right)\sqrt{5-2\sqrt{6}}$;

14) $\dfrac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{2+\sqrt{3}}}+\dfrac{1}{\sqrt{2}-\sqrt{2-\sqrt{3}}}$;

15) $\dfrac{6+4\sqrt{2}}{\sqrt{2}+\sqrt{6+4\sqrt{2}}}+\dfrac{6-4\sqrt{2}}{\sqrt{2}-\sqrt{6-4\sqrt{2}}}$;

16) $\dfrac{\left(\sqrt{5}+2\right)^2-8\sqrt{5}}{2\sqrt{5}-4}$;

17) $\sqrt{14-8\sqrt{3}}-\sqrt{24-12\sqrt{3}}$;

18) $\dfrac{4}{\sqrt{3}+1}+\dfrac{1}{\sqrt{3}-2}+\dfrac{6}{\sqrt{3}-3}$;

19) $\left(\sqrt{2}+1\right)^3-\left(\sqrt{2}-1\right)^3$

20) $\dfrac{\sqrt{3}}{1-\sqrt{\sqrt{3}+1}}+\dfrac{\sqrt{3}}{1+\sqrt{\sqrt{3}+1}}$.

Bài 2: Cho biểu thức $A=\left(\dfrac{\sqrt{x}}{2}-\dfrac{1}{2\sqrt{x}}\right)\left(\dfrac{x-\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}-\dfrac{x+\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}\right)$

a) Rút gọn biểu thức A;
b) Tìm giá trị của x để A > - 6.

Bài 3: Cho biểu thức $A=\dfrac{x}{x-4}+\dfrac{1}{\sqrt{x}-2}+\dfrac{1}{\sqrt{x}+2}$, với $x \geq 0$ và $x \neq 4$.

1/ Rút gọn biểu thức A.
2/ Tính giá trị của biểu thức A khi x = 25.
3/ Tìm giá trị của x để A = -1/3.

Bài 4: Cho biểu thức: $P=\left(\frac{x\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}+\frac{x^2}{x\sqrt{x}+x}\right)\left(2-\frac{1}{\sqrt{x}}\right)$ với x >0

1.Rút gọn biểu thức P

2.Tìm giá trị của x để P = 0

Bài 5: Cho biểu thức A = $\frac{x\sqrt{x}+1}{x-1}-\frac{x-1}{\sqrt{x}+1}$

1. Nêu điều kiện xác định và rút gọn biểu thức A.
2. Tính giá trị biểu thức A khi x = 9/4.
3. Tìm tất cả các giá trị của x để A <1.

Bài 6: Cho biểu thức : $A=\left(\frac{1}{\sqrt{x}-3}-\frac{1}{\sqrt{x}}\right):\left(\frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2}-\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-3}\right)$

a) Với những điều kiện được xác định của x hãy rút gọn A .

b) Tìm tất cả các giá trị của x để A nhỏ hơn 1 .

Bài 7: Cho biểu thức $A=\frac{x}{x-4}+\frac{1}{\sqrt{x}-2}+\frac{1}{\sqrt{x}+2}$, với x≥0; x ≠ 4

1) Rút gọn biểu thức A.

2) Tính giá trị của biểu thức A khi x=25.

3) Tìm giá trị của x để $A=-\frac{1}{3}$.

Bài 8: Cho biểu thức $K=\left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}-1}-\frac{1}{a-\sqrt{a}}\right):\left(\frac{1}{\sqrt{a}+1}+\frac{2}{a-1}\right)$

a) Rút gọn biểu thức K.

b) Tính giá trị của K khi a = $3+2\sqrt{2}$

c) Tìm các giá trị của a sao cho K < 0.

Bài 9: Cho biểu thức $P=\frac{a^2+\sqrt{a}}{a-\sqrt{a}+1}-\frac{2a+\sqrt{a}}{\sqrt{a}}+1$ (với a>0)

a/Rút gọn P.

b/Tìm giá trị nhỏ nhất của P.

Bài 10: Cho biểu thức N=$\frac{\sqrt{n}-1}{\sqrt{n}+1}+\frac{\sqrt{n}+1}{\sqrt{n}-1}$; với n ≥ 0, n ≠ 1.

a. Rút gọn biểu thức N.
b. Tìm tất cả các giá trị nguyên của n để biểu thức N nhận giá trị nguyên.

Bài 11: Cho biểu thức $B=\left(\frac{\sqrt{x}}{x-4}+\frac{2}{2-\sqrt{x}}+\frac{1}{\sqrt{x}+2}\right):\left(\sqrt{x}-2+\frac{10-x}{\sqrt{x}+2}\right)$

a) Rút gọn biểu thức B;
b) Tìm giá trị của x để A > 0.

Bài 12: Cho biểu thức $C=\frac{1}{\sqrt{x}-1}-\frac{3}{x\sqrt{x}+1}+\frac{1}{x-\sqrt{x}+1}$

a) Rút gọn biểu thức C;
b) Tìm giá trị của x để C < 1.

Bài 16: Rút gọn biểu thức :

a) $D=\frac{x+2+\sqrt{x^2-4}}{x+2-\sqrt{x^2-4}}+\frac{x+2-\sqrt{x^2-4}}{x+2+\sqrt{x^2-4}}$;

b) $P=\left(1+\frac{x+\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}\right)\left(1-\frac{x-\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}\right)$;

c) $Q=\frac{1}{x^2-\sqrt{x}}:\frac{\sqrt{x}+1}{x\sqrt{x}+x+\sqrt{x}}$;

d) $H=\frac{\sqrt{x-1-2\sqrt{x-2}}}{\sqrt{x-2}-1}$

Bài 17: Cho biểu thức $M=\left(\frac{1}{a-\sqrt{a}}+\frac{1}{\sqrt{a}-1}\right):\frac{\sqrt{a}+1}{a-2\sqrt{a}+1}$

a) Rút gọn biểu thức M;
b) So sánh M với 1.

Bài 18: Cho các biểu thức $P=\frac{2x-3\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-2}$ và $Q=\frac{\sqrt{x^3}-\sqrt{x}+2x-2}{\sqrt{x}+2}$

a) Rút gọn biểu thức P và Q;
b) Tìm giá trị của x để P = Q.

Bài 19: Cho biểu thức $P=\frac{2x+2}{\sqrt{x}}+\frac{x\sqrt{x}-1}{x-\sqrt{x}}-\frac{x\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}}$

a) Rút gọn biểu thức P
b) So sánh P với 5.
c) Với mọi giá trị của x làm P có nghĩa, chứng minh biểu thức $\frac{8}{P}$ chỉ nhận đúng một giá trị nguyên.

Bài 20: Cho biểu thức $P=\left(\frac{3x+\sqrt{9x}-3}{x+\sqrt{x}-2}+\frac{1}{\sqrt{x}-1}+\frac{1}{\sqrt{x}+2}\right):\frac{1}{x-1}$

a) Tìm điều kiện để P có nghĩa, rút gọn biểu thức P;
b) Tìm các số tự nhiên x để $\frac{1}{P}$ là số tự nhiên;
c) Tính giá trị của P với $x = 4 - 2\sqrt{3}$.

CHỦ ĐỀ II

HÀM SỐ VÀ ĐỒ THỊ

I..Tính chất của hàm số bậc nhất $y = ax + b$ ($a \neq 0$)

-Đồng biến khi $a > 0$; nghịch biến khi $a < 0$.

-Đồ thị là đường thẳng nên khi vẽ chỉ cần xác định hai điểm thuộc đồ thị.

+Trong trường hợp $b = 0$, đồ thị hàm số luôn đi qua gốc tọa độ.

+Trong trường hợp $b \neq 0$, đồ thị hàm số luôn cắt trục tung tại điểm b.

-Đồ thị hàm số luôn tạo với trục hoành một góc α, mà $tg\alpha = a$.

-Đồ thị hàm số đi qua điểm $A(x_A; y_A)$ khi và chỉ khi $y_A = ax_A + b$.

II.Điểm thuộc đường – đường đi qua điểm.

Điểm $A(x_A; y_A)$ thuộc đồ thị hàm số $y = f(x) \Leftrightarrow y_A = f(x_A)$.

III.Quan hệ giữa hai đường thẳng.

Xét hai đường thẳng: (d_1): $y = a_1x + b_1$;

(d_2): $y = a_2x + b_2$ với $a_1 \neq 0$; $a_2 \neq 0$.

-Hai đường thẳng song song khi $a_1 = a_2$ và $b_1 \neq b_2$.

-Hai đường thẳng trùng nhau khi $a_1 = a_2$ và $b_1 = b_2$.

-Hai đường thẳng cắt nhau khi $a_1 \neq a_2$.

+Nếu $b_1 = b_2$ thì chúng cắt nhau tại b_1 trên trục tung.

+Nếu $a_1.a_2 = -1$ thì chúng vuông góc với nhau.

IV.Cách tìm giao điểm của hai đường $y = f(x)$ và $y = g(x)$.

Bước 1: Tìm hoành độ giao điểm là nghiệm của phương trình $f(x) = g(x)$ (II)

Bước 2: Lấy nghiệm đó thay vào 1 trong hai công thức $y = f(x)$ hoặc $y = g(x)$ để tìm tung độ giao điểm.

Chú ý: Số nghiệm của phương trình (II) là số giao điểm của hai đường trên.

V.Tìm điều kiện để 3 đường thẳng đồng qui.

Bước 1: Giải hệ phương trình gồm hai đường thẳng không chứa tham số để tìm (x;y).

Bước 2: Thay (x;y) vừa tìm được vào phương trình còn lại để tìm ra tham số .

VI.*Tính chất của hàm số bậc hai $y = ax^2$ ($a \neq 0$)*

-Nếu $a > 0$ thì hàm số nghịch biến khi $x < 0$, đồng biến khi $x > 0$.

Nếu $a < 0$ thì hàm số đồng biến khi $x < 0$, nghịch biến khi $x > 0$.

-Đồ thị hàm số là một Parabol luôn đi qua gốc tọa độ:

+) Nếu $a > 0$ thì parabol có điểm thấp nhất là gốc tọa độ.

+) Nếu $a < 0$ thì Parabol có điểm cao nhất là gốc tọa độ.

-Đồ thị hàm số đi qua điểm $A(x_A; y_A)$ khi và chỉ khi $y_A = ax_A^2$.

VII.Vị trí của đường thẳng và parabol

-Xét đường thẳng $x = m$ và parabol $y = ax^2$:

+) luôn có giao điểm có tọa độ là $(m; am^2)$.

-Xét đường thẳng $y = m$ và parabol $y = ax^2$:

+) Nếu $m = 0$ thì có 1 giao điểm là gốc tọa độ.

+) Nếu am > 0 thì có hai giao điểm có hoành độ là $x = \pm\sqrt{\dfrac{m}{a}}$

+) Nếu am < 0 thì không có giao điểm.

VIII. Tìm tọa độ giao điểm của (d) và (P).

Bước 1: Tìm hoành độ giao điểm là nghiệm của phương trình:

$cx^2 = ax + b \quad (V)$

Bước 2: Lấy nghiệm đó thay vào 1 trong hai công thức $y = ax + b$ hoặc $y = cx^2$ để tìm tung độ giao điểm.

Chú ý: Số nghiệm của phương trình (V) là số giao điểm của (d) và (P).

IV. ***Tìm điều kiện để (d) và (P).***

a) (d) và (P) cắt nhau $\Leftrightarrow$ phương trình (V) có hai nghiệm phân biệt.

b) (d) và (P) tiếp xúc với nhau $\Leftrightarrow$ phương trình (V) có nghiệm kép.

c) (d) và (P) không giao nhau $\Leftrightarrow$ phương trình (V) vô nghiệm .

X. Viết phương trình đường thẳng y = ax + b biết.

1. Quan hệ về hệ số góc và đi qua điểm $A(x_0;y_0)$

Bước 1: Dựa vào quan hệ song song hay vuông góc tìm hệ số a.

Bước 2: Thay a vừa tìm được và $x_0;y_0$ vào công thức y = ax + b để tìm b.

2. Biết đồ thị hàm số đi qua điểm $A(x_1;y_1)$ và $B(x_2;y_2)$.

Do đồ thị hàm số đi qua điểm $A(x_1;y_1)$ và $B(x_2;y_2)$ nên ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} ax_1 + b = y_1 \\ ax_2 + b = y_2 \end{cases}$$

3. Biết đồ thị hàm số đi qua điểm $A(x_0;y_0)$ và tiếp xúc với (P): $y = cx^2$ $(c \neq 0)$.

+) Do đường thẳng đi qua điểm $A(x_0;y_0)$ nên có phương trình :

$y_0 = ax_0 + b \qquad (3.1)$

+) Do đồ thị hàm số y = ax + b tiếp xúc với (P): $y = cx^2$ $(c \neq 0)$ nên:

Pt: $cx^2 = ax + b$ có nghiệm kép

$\Leftrightarrow \Delta = 0 \qquad (3.2)$

+) Giải hệ gồm hai phương trình trên để tìm a,b.

XI. Chứng minh đường thẳng luôn đi qua 1 điểm cố định (giả sử tham số là m).

+) Giả sử $A(x_0;y_0)$ là điểm cố định mà đường thẳng luôn đi qua với mọi m, thay $x_0;y_0$ vào phương trình đường thẳng chuyển về phương trình ẩn m hệ số $x_0;y_0$ nghiệm đúng với mọi m.

+) Đồng nhất hệ số của phương trình trên với 0 giải hệ tìm ra $x_0;y_0$.

XII. Một số ứng dụng của đồ thị hàm số.

1. Ứng dụng vào phương trình.

2. Ứng dụng vào bài toán cực trị.

BÀI TẬP VỀ HÀM SỐ.

Bài 1: Trong mặt phẳng toạ độ Oxy cho hàm số $y = ax^2$ có đồ thị (P).

1. Tìm a, biết rằng (P) cắt đờng thẳng (d) có phơng trình $y = -x - \frac{3}{2}$ tại điểm A có hoành độ bằng 3. Vẽ đồ thị (P) ứng với a vừa tìm đợc.
2. Tìm toạ độ giao điểm thứ hai B (B khác A) của (P) và (d).

Bài 2:

a) Cho hàm số y = ax + b. Tìm a, b biết rằng đồ thị của hàm số đã cho song song với đờng thẳng y = -3x + 5 và đi qua điểm A thuộc Parabol (P): $y = \frac{1}{2}x^2$ có hoàng độ bằng -2.

b) Không cần giải, chứng tỏ rằng phơng trình $(\sqrt{3}+1)x^2 - 2x - \sqrt{3} = 0$ có hai nghiệm phân biệt và tính tổng các bình phơng hai nghiệm đó.

Bài 3:

a) Vẽ đồ thị (P) của hàm số $y = \frac{x^2}{2}$ và đuờng thẳng (d): y = x + 4 trên cùng một hệ trục toạ độ.

b) Tìm toạ độ giao điểm của (P) và (d) bằng phép tính.

Bài 4:

Cho Parabol (P) : $y = x^2$ và đường thẳng (d): y = mx – 2 (m là tham số, $m \neq 0$)

a. Vẽ đồ thị (P) trên mặt phẳng Oxy.

b. Khi m = 3, tìm tọa độ giao điểm của (p) và (d).

c. Gọi $A(x_A; y_A)$, $B(x_B; y_B)$ là hai giao điểm phân biệt của (P) và (d). tìm các giá trị của m sao cho $y_A + y_B = 2(x_A + x_B) - 1$

Bài 5: Cho hàm số $y = x^2$ và $y = x + 2$

a) Vẽ đồ thị của các hàm số này trên cùng một mặt phẳng tọa độ Oxy
b) Tìm tọa độ các giao điểm A,B của đồ thị hai hàm số trên bằng phép tính
c) Tính diện tích tam giác OAB

Bài 6:

Cho hàm số : y = (2m – 1)x + m + 1 với m là tham số và m # $\frac{1}{2}$. Hãy xác định m trong mỗi trờng hợp sau :

a) Đồ thị hàm số đi qua điểm M (-1;1)
b) Đồ thị hàm số cắt trục tung, trục hoành lần lợt tại A , B sao cho tam giác OAB cân.

Bài 7:

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng (d): $y=(k-1)x+4$ (k là tham số) và parabol (P): $y=x^2$.

1. Khi $k=-2$, hãy tìm toạ độ giao điểm của đường thẳng (d) và parabol (P);
2. Chứng minh rằng với bất kỳ giá trị nào của k thì đường thẳng (d) luôn cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt;
3. Gọi y_1; y_2 là tung độ các giao điểm của đường thẳng (d) và parabol (P). Tìm k sao cho: $y_1+y_2=y_1y_2$.

Bài 8:

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho parabol (P): $y = x^2$ và điểm B(0;1)

1. Viết phương trình đường thẳng (d) đi qua điểm B(0;1) và có hệ số k.
2. Chứng minh rằng đường thẳng (d) luôn cắt Parabol (P) tại hai điểm phân biệt E và F với mọi k.
3. Gọi hoành độ của E và F lần lượt là x_1 và x_2. Chứng minh rằng $x_1 \cdot x_2 = -1$, từ đó suy ra tam giác EOF là tam giác vuông.

Bài 9:

Cho ba đường thẳng (d_1): -x + y = 2; (d_2): 3x - y = 4 và (d_3): nx - y = n - 1; n là tham số.

a) Tìm tọa độ giao điểm N của hai đòng thẳng (d_1) và (d_2).

b) Tìm n để đòng thẳng (d_3) đi qua N.

Bài 10:

Cho parabol $y= 2x^2$. (P)

a. Tìm hoành độ giao điểm của (P) với đường thẳng y= 3x-1.

b. Tìm toạ độ giao điểm của (P) với đường thẳng y=6x-9/2.

c. Tìm giá trị của a,b sao cho đường thẳng y=ax+b tiếp xúc với (P) và đi qua A(0;-2).

d. Tìm phương trình đường thẳng tiếp xúc với (P) tại B(1;2).

e. Biện luận số giao điểm của (P) với đường thẳng y=2m+1. (bằng hai phương pháp đồ thị và đại số).

f. Cho đường thẳng (d): y=mx-2. Tìm m để

+(P) không cắt (d).

+(P)tiếp xúc với (d). tìm toạ độ điểm tiếp xúc đó?

+ (P) cắt (d) tại hai điểm phân biệt.

+(P) cắt (d).

Bài 11:

Cho (P): $y=x^2$ và hai đường thẳng a,b có phương trình lần lượt là

$y= 2x-5$

$y=2x+m$

a. Chứng tỏ rằng đường thẳng a không cắt (P).

b. Tìm m để đường thẳng b tiếp xúc với (P), với m tìm được hãy:

+ Chứng minh các đường thẳng a,b song song với nhau.

+ Tìm toạ độ tiếp điểm A của (P) với b.

+ lập phương trình đường thẳng (d) đi qua A và có hệ số góc bằng -1/2. Tìm toạ độ giao điểm của (a) và (d).

Bài 12:

Cho hàm số $y=\frac{-1}{2}x$ (P)

a. Vẽ đồ thị hàm số (P).

b. Với giá trị nào của m thì đường thẳng $y=2x+m$ (d) cắt đồ thị (P) tại hai điểm phân biệt A,B. Khi đó hãy tìm toạ độ hai điểm A và B.

c. Tính tổng tung độ của các hoành độ giao điểm của (P) và (d) theo m.

Bài 13:

Cho hàm số $y=2x^2$ (P) và $y=3x+m$ (d)

a. Khi m=1, tìm toạ độ các giao điểm của (P) và (d).

b. Tính tổng bình phương các hoành độ giao điểm của (P) và (d) theo m.

c. Tìm mối quan hệ giữa các hoành độ giao điểm của (P) và (d) độc lập với m.

Bài 14:

Cho hàm số $y=-x^2$ (P) và đường thẳng (d) đI qua N(-1;-2) có hệ số góc k.

a. Chứng minh rằng với mọi giá trị của k thì đường thẳng (d) luôn cắt đồ thị (P) tại hai điểm A,B. Tìm k cho A,B nằm về hai phía của trục tung.

b. Gọi $(x_1;y_1)$; $(x_2;y_2)$ là toạ độ của các điểm A,B nói trên, tìm k cho tổng $S=x_1+y_1+x_2+y_2$ đạt giá trị lớn nhất.

Bài 15:

Cho hàm số $y=\sqrt{x}$

a. Tìm tập xác định của hàm số.

b. Tìm y biết:

+ $x=4$

+ $x=(1-\sqrt{2})^2$

+ $x=m^2-m+1$

CHỦ ĐỀ III

§5.PHƯƠNG TRÌNH - HỆ PHƯƠNG TRÌNH - BẤT PHƯƠNG TRÌNH

(Bậc nhất)

A.KIẾN THỨC CƠ BẢN

1.Phương trình bậc nhất một ẩn

-Đưa về dạng ax + b = 0 ($a \neq 0$)

-Nghiệm duy nhất là $x = \dfrac{-b}{a}$

2.Phương trình chứa ẩn ở mẫu

-Tìm ĐKXĐ của phương trình.

-Quy đồng và khử mẫu.

-Giải phương trình vừa tìm được.

-So sánh giá trị vừa tìm được với ĐKXĐ rồi kết luận.

3.Phương trình tích

Để giải phương trình tích ta chỉ cần giải các phương trình thành phần của nó. Chẳng hạn: Với phương trình A(x).B(x).C(x) = 0

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} A(x)=0 \\ B(x)=0 \\ C(x)=0 \end{array}\right.$$

4.Phương trình có chứa hệ số chữ (Giải và biện luận phương trình)

Dạng phương trình này sau khi biến đổi cũng có dạng ax + b = 0. Song giá trị cụ thể của a, b ta không biết nên cần đặt điều kiện để xác định số nghiệm của phương trình.

-Nếu $a \neq 0$ thì phương trình có nghiệm duy nhất $x = \dfrac{-b}{a}$.

-Nếu a = 0 và b = 0 thì phương trình có vô số nghiệm.

-Nếu a = 0 và $b \neq 0$ thì phương trình vô nghiệm.

5.Phương trình có chứa dấu giá trị tuyệt đối

Cần chú ý khái niệm giá trị tuyệt đối của một biểu thức

$$|A| = \begin{cases} A & \text{khi } A \geq 0 \\ -A & \text{khi } A < 0 \end{cases}$$

6.Hệ phương trình bậc nhất

Cách giải chủ yếu dựa vào hai phương pháp cộng đại số và thế. Chú ý phương pháp đặt ẩn phụ trong một số trường hợp xuất hiện các biểu thức giống nhau ở cả hai phương trình.

7.Bất phương trình bậc nhất

Với bất phương trình bậc nhất thì việc biến đổi tương tự như với phương trình bậc nhất. Tuy nhiên cần chú ý khi nhân và cả hai vế với cùng một số âm thì phải đổi chiều bất phương trình.

BÀI TẬP HỆ PHƯƠNG TRÌNH

Bài 1: **Giải các hệ phương trình sau (*bằng pp thế*)**

1.1: $a)\begin{cases} x-y=3 \\ 3x-4y=2 \end{cases}$ $\quad b)\begin{cases} 7x-3y=5 \\ 4x+y=2 \end{cases}$

1.2. $a)\begin{cases} x-2\sqrt{2}y=\sqrt{5} \\ x\sqrt{2}+y=\sqrt{2} \end{cases}$ $\quad b)\begin{cases} \left(\sqrt{2}-1\right)x-y=\sqrt{2} \\ x+\left(\sqrt{2}+1\right)y=1 \end{cases}$

Bài 2: **Giải các hệ phương trình sau (*bằng pp cộng đại số*)**

2.1. $a)\begin{cases} 3x+y=3 \\ 2x-y=7 \end{cases}$ $\quad b)\begin{cases} 4x+3y=6 \\ 2x+y=4 \end{cases}$ $\quad c)\begin{cases} 3x-2y=10 \\ x-\dfrac{2}{3}y=3\dfrac{1}{3} \end{cases}$

2.2. $a)\begin{cases} x\sqrt{2}-3y=1 \\ 2x+y\sqrt{2}=-2 \end{cases}$ $\quad b)\begin{cases} 5x\sqrt{3}+y=2\sqrt{2} \\ x\sqrt{6}-y\sqrt{2}=2 \end{cases}$

Bài 3:

Giải hệ phương trình $\begin{cases} x+3y=1 \\ (m^2+1)x+6y=2m \end{cases}$ trong mỗi trường hợp sau

a) m = -1 b) m = 0 c) m = 1

Bài 4:

a) Xác định hệ số avàb, biết rằng hệ phương trình $\begin{cases} 2x+by=4 \\ bx-ay=-5 \end{cases}$ có nghiệm là (1; -2)

b) Cũng hỏi như vậy nếu hệ phương trình có nghiệm $\left(\sqrt{2}-1;\sqrt{2}\right)$

Bài 5: Giải hệ phương trình sau: $\begin{cases} 2x+y=\sqrt{2} \\ x+3y=-1 \end{cases}$

Từ đó suy ra nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} \dfrac{2m}{m+1}+\dfrac{n}{n+1}=\sqrt{2} \\ \dfrac{m}{m+1}+\dfrac{3n}{n+1}=-1 \end{cases}$

Bài 6: **Giải các hệ phương trình sau:**

$\begin{cases} 2x+y=4 \\ 3x-y=1 \end{cases}$; $\begin{cases} x-y=1 \\ 3x+2y=3 \end{cases}$; $\begin{cases} x+2y=5 \\ 3x-y=1 \end{cases}$; $\begin{cases} 3x-y-5=0 \\ x+y-3=0 \end{cases}$; $\begin{cases} 0,2x-3y=2 \\ x-15y=10 \end{cases}$;

$\begin{cases} x=3-2y \\ 2x+4y=2007 \end{cases}$; $\begin{cases} 3x-y=2 \\ -3y+9x=6 \end{cases}$; $\begin{cases} x-\dfrac{y}{2}=5 \\ 2x-y=6 \end{cases}$; $\begin{cases} 2x+3y=6 \\ \dfrac{5}{3}x+\dfrac{5}{2}y=5 \end{cases}$; $\begin{cases} 2x+y=5 \\ \dfrac{3}{2}x+\dfrac{3}{4}y=\dfrac{15}{2} \end{cases}$

Bài 8: Cho hệ phương trình $\begin{cases} 2x-ay=b \\ ax+by=1 \end{cases}$

a) Giải hệ khi a=3 ; b=-2

b) Tìm a;b để hệ có nghiệm là (x;y)=($\sqrt{2};\sqrt{3}$)

CHỦ ĐỀ IV

GIẢI BÀI TOÁN BẰNG CÁCH LẬP HỆ PHƯƠNG TRÌNH.

I, Lí thuyết cần nhớ:

*** Bước 1:** + Lập HPT

- Chọn ẩn, tìm đơn vị và ĐK cho ẩn.
- Biểu diễn mối quan hệ còn lại qua ẩn và các đại lượng đã biết.
- Lập HPT.

*** Bước 2**: Giải HPT.

*** Bước 3**: Đối chiếu với ĐK để trả lời.

II, Bài tập

Bài 1. Hai ô tô cùng khởi hành một lúc từ hai tỉnh A và B cách nhau 160 km, đi ngược chiều nhau và gặp nhau sau 2 giờ. Tìm vận tốc của mỗi ô tô biết rằng nếu ô tô đi từ A tăng vận tốc thêm 10 km/h sẽ bằng hai lần vận tốc ôtô đi từ B.

Bài 2. Một người đi xe máy đi từ A đến B trong một thời gian dự định. Nếu vận tốc tăng14 km/h thì đến B sớm hơn 2 giờ. nếu vận tốc giảm 2 km/h thì đến B muộn 1 giờ. Tính quãng đường AB, vận tốc và thời gian dự định.

Bài 3. Hai ca nô cùng khởi hành từ hai bến A, B cách nhau 85 km , đi ngược chiều nhau và gặp nhau sau 1 giờ 40 phút.Tính vận tốc riêng của mỗi ca nô biết rằng vận tốc của ca nô xuôi dòng lớn hơn vận tốc của ca nô ngược dòng là 9 km/h (có cả vận tốc dòng nước) và vận tốc dòng nước là 3 km/h.

Bài 4. Một ca nô xuôi dòng 108 km và ngược dòng 63 km hết 7 giờ. Một lần khác ca nô xuôi dòng 81 km và ngược dòng 84 km cũng hết 7 giờ. Tính vận tốc của dòng nước và vận tốc thật của ca nô.

Bài 5. Một ô tô dự định đi từ A đến B dài 120 km. Đi được nửa quãng đường xe nghỉ 30 phút nên để đến nơi đúng giờ xe phải tăng vận tốc thêm 5 km/h nữa trên quãng đường còn lại. Tính thời gian xe chạy.

Bài 6. Hai người đi ngược chiều về phía nhau.M đi từ A lúc 6 giờ sáng về phía B. N đi từ B lúc 7 giờ sáng về phía A. Họ gặp nhau lúc 8 giờ sáng. Tính thời gian mỗi người đi hết quãng đường AB. Biết M đến B trước N đến A là 1 giờ 20 phút.

Bài 7. Hai ô tô khởi hành cùng một lúc từ A và B ngược chiều về phía nhau. Tính quãng đường AB và vận tốc của mỗi xe. Biết rằng sau 2 giờ hai xe gặp nhau tại một điểm cách chính giữa quãng đường AB là 10 km và xe đi chậm tăng vận tốc gấp đôi thì hai xe gặp nhau sau 1 giờ 24 phút.

Bài 8. Hai lớp 9A và 9B có tổng cộng 70 HS. nếu chuyển 5 HS từ lớp 9A sang lớp 9B thì số HS ở hai lớp bằng nhau. Tính số HS mỗi lớp.

Bài 9. Hai trường A, B có 250 HS lớp 9 dự thi vào lớp 10, kết quả có 210 HS đã trúng tuyển. Tính riêng tỉ lệ đỗ thì trường A đạt 80%, trường B đạt 90%. Hỏi mỗi trường có bao nhiêu HS lớp 9 dự thi vào lớp 10.

Bài 10. Hai vòi nước cùng chảy vào một bể không có nước sau 2 giờ 55 phút thì đầy bể. Nếu chảy riêng thì vòi thứ nhất cần ít thời gian hơn vòi thứ hai là 2 giờ. Tính thời gian để mỗi vòi chảy riêng thì đầy bể.

CHỦ ĐỀ V

PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI+HỆ THỨC VI-ÉT

TÓM TẮT LÍ THUYẾT:

PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI $ax^2 + bx + c = 0\ (a \neq 0)$ *(1)*

***Trong trường hợp giải và biện luận, cần chú ý khi a = 0 phương trình trở thành bậc nhất một ẩn (§5).**

<u>A.KIẾN THỨC CƠ BẢN</u>

1.Các dạng và cách giải

Dạng 1: c = 0 khi đó

$$(1) \Leftrightarrow ax^2 + bx = 0 \Leftrightarrow x(ax+b) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = -\dfrac{b}{a} \end{array}\right.$$

Dạng 2: b = 0 khi đó

$$(1) \Leftrightarrow ax^2 + c = 0 \Leftrightarrow x^2 = \frac{-c}{a}$$

-Nếu $\dfrac{-c}{a} \geq 0$ thì $x = \pm\sqrt{\dfrac{-c}{a}}$.

-Nếu $\dfrac{-c}{a} < 0$ thì phương trình vô nghiệm.

Dạng 3: Tổng quát

CÔNG THỨC NGHIỆM TỔNG QUÁT	CÔNG THỨC NGHIỆM THU GỌN
$\Delta = b^2 - 4ac$	$\Delta' = b'^2 - ac$
$\Delta > 0$: **phương trình có 2 nghiệm phân biệt** $x_1 = \dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a};\quad x_2 = \dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$	$\Delta' > 0$: **phương trình có 2 nghiệm phân biệt** $x_1 = \dfrac{-b'+\sqrt{\Delta'}}{a};\quad x_2 = \dfrac{-b'-\sqrt{\Delta'}}{a}$
$\Delta = 0$: **phương trình có nghiệm kép** $x_1 = x_2 = \dfrac{-b}{2a}$	$\Delta' = 0$: **phương trình có nghiệm kép** $x_1 = x_2 = \dfrac{-b'}{a}$
$\Delta < 0$: **phương trình vô nghiệm**	$\Delta' < 0$: **phương trình vô nghiệm**

Dạng 4: Các phương trình đưa được về phương trình bậc hai

Cần chú ý dạng trùng phương, phương trình vô tỉ và dạng đặt ẩn phụ, còn dạng chứa ẩn ở mẫu và dạng tích đã nói ở §5.

2.Hệ thức Viet và ứng dụng

-Nếu phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) có hai nghiệm x_1, x_2 thì:

$$\begin{cases} S = x_1 + x_2 = -\dfrac{b}{a} \\ P = x_1x_2 = \dfrac{c}{a} \end{cases}$$

-Nếu có hai số u và v sao cho $\begin{cases} u + v = S \\ uv = P \end{cases}$ $\left(S^2 \geq 4P\right)$ thì u, v là hai nghiệm của phương trình $x^2 - Sx + P = 0$.

-Nếu $a + b + c = 0$ thì phương trình có nghiệm là $x_1 = 1$; $x_2 = \dfrac{c}{a}$.

-Nếu $a - b + c = 0$ thì phương trình có nghiệm là $x_1 = -1$; $x_2 = -\dfrac{c}{a}$.

3.Điều kiện có nghiệm của phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$)

-(1) có 2 nghiệm $\Delta \geq 0$; có 2 nghiệm phân biệt $\Delta > 0$.

-(1) có 2 nghiệm cùng dấu $\begin{cases} \Delta \geq 0 \\ P > 0 \end{cases}$.

-(1) có 2 nghiệm dương $\begin{cases} \Delta \geq 0 \\ P > 0 \\ S > 0 \end{cases}$

-(1) có 2 nghiệm âm $\begin{cases} \Delta \geq 0 \\ P > 0 \\ S < 0 \end{cases}$

-(1) có 2 nghiệm trái dấu $ac < 0$ hoặc $P < 0$.

5.Tìm điều kiện của tham số để 2 nghiệm của phương trình thỏa mãn điều kiện nào đó.

a) $\alpha x_1 + \beta x_2 = \gamma$; b) $x_1^2 + x_2^2 = m$; c) $\dfrac{1}{x_1} + \dfrac{1}{x_2} = n$

d) $x_1^2 + x_2^2 \geq h$; e) $x_1^3 + x_2^3 = t; \ldots$

Trong những trường hợp này cần sử dụng hệ thức Viet và phương pháp giải hệ phương trình.

Bài 1:

Cho phương trình $x^2 + 2(m+3)x + m^2 + 3 = 0$

1/ Tìm m để phương trình có nghiệm kép ? Hãy tính nghiệm kép đó.

2/ Tìm m để phương trình có hai nghiệm x_1 , x_2 thỏa $x_1 - x_2 = 2$?

Bài 2: Cho phương trình: $x^2 - 2(m+1)x + m^2 + 2 = 0$ (ẩn x)

1) Giải phương trình đã cho với m =1.
2) Tìm giá trị của m để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thoả mãn hệ thức: $x_1^2 + x_2^2 = 10$.

Bài 3:

Cho hệ phương trình: $\begin{cases}(m-1)x + y = 2\\ mx + y = m+1\end{cases}$ (m là tham số)

1. Giải hệ phương trình khi $m = 2$;
2. Chứng minh rằng với mọi giá trị của m thì hệ phương trình luôn có nghiệm duy nhất $(x;y)$ thoả mãn: $2x + y \le 3$.

<u>Bài 4</u>

Cho phương trình bậc hai ẩn số x:

$x^2 - 2(m + 1)x + m - 4 = 0.$ (1)

a/ Chứng minh phương trình (1) luôn luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi giá trị của m.

b/ Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm phân biệt của phương trình (1).

Tìm m để $3(x_1 + x_2) = 5x_1x_2$.

Bài 5:

Cho phương trình bậc hai: $x^2 - 2(m-1)x + 2m - 3 = 0$. (1)

a) Chứng minh rằng phương trình (1) có nghiệm với mọi giá trị của m.
b) Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm trái dấu.

Bài 6: Cho phương trình: $x^2 - mx + 2m - 3 = 0$

a) Giải phương trình với m = - 5

b) Tìm m để phương trình có nghiệm kép

c) Tìm m để phương trình có hai nghiệm trái dấu

d)Tìm hệ thức giữa hai nghiệm của phương trình không phụ thuộc vào m

e) Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt

Bài 7: Cho phương trình bậc hai

$(m - 2)x^2 - 2(m + 2)x + 2(m - 1) = 0$

a) Giải phương trình với $m = 3$

b) Tìm m để phương trình có một nghiệm $x = - 2$

c) Tìm m để phương trình có nghiệm kép

d) Tìm hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm không phụ thuộc vào m

e) Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt

f) Khi phương trình có một nghiệm $x = -1$ tìm giá trị của m và tìm nghiệm còn lại

Bài 8: Cho phương trình: $x^2 - 2(m- 1)x + m^2 - 3m = 0$

a) Giải phương trình với $m = - 2$

b) Tìm m để phương trình có một nghiệm $x = - 2$. Tìm nghiệm còn lại

c) Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt

d) Tìm m để phương trình có hai nghiệm x_1 và x_2 thảo mãn: $x_1^2 + x_2^2 = 8$

e) Tìm giá trị nhỏ nhất của $A = x_1^2 + x_2^2$

Bài 9: Cho phương trình: $mx^2 - (m + 3)x + 2m + 1 = 0$

a) Tìm m để phương trình có nghiệm kép

b) Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt

c) Tìm m để phương trình có hiệu hai nghiệm bằng 2

d) Tìm hệ thức liên hệ giữa $x_1$và x_2 không phụ thuộc m

Bài 10: Cho phương trình: $x^2 - (2a- 1)x - 4a - 3 = 0$

a) Chứng minh rằng phương trình luôn có nghiệm với mọi giá trị của a

b) Tìm hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm không phụ thuộc vào a

c) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = x_1^2 + x_2^2$

CHỦ ĐỀ VI

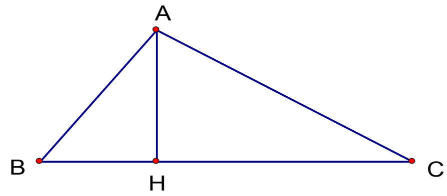
HỆ THỨC LƯỢNG TRONG TAM GIÁC VUÔNG
TỈ SỐ LƯỢNG GIÁC CỦA GÓC NHỌN

A.KIẾN THỨC CƠ BẢN

1.Định lý Pitago

ΔABC vuông tại A $\Leftrightarrow AB^2 + AC^2 = BC^2$

2.Hệ thức lượng trong tam giác vuông



1) $AB^2 = BH.BC$; $AC^2 = CH.BC$

2) $AB.AC = AH.BC$

3) $AH^2 = BH.HC$

4) $\dfrac{1}{AH^2} = \dfrac{1}{AB^2} + \dfrac{1}{AC^2}$

Kết quả:

-Với tam giác đều cạnh là a, ta có: $h = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$; $S = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$

3.Tỉ số lượng giác của góc nhọn

Đặt $\angle ACB = \alpha; \angle ABC = \beta$ khi đó:

$$\sin\alpha = \frac{AB}{BC} = \frac{AH}{AC}; \quad \cos\alpha = \frac{AC}{BC} = \frac{HC}{AC}; \quad tg\alpha = \frac{AB}{AC} = \frac{AH}{HC}; \quad \cot g\alpha = \frac{AC}{AB} = \frac{HC}{AH}$$

$b = a\sin B = a\cos C = ctgB = c\cot gC$

$c = a\cos B = a\sin C = bctgB = btgC$

<u>Kết quả suy ra:</u>

1) $\sin\alpha = \cos\beta$; $\cos\alpha = \sin\beta$; $tg\alpha = cotg\beta$; $\cot g\alpha = tg\beta$

2) $0 < \sin\alpha < 1$; $0 < \cos\alpha < 1$; $tg\alpha = \dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$; $\cot g\alpha = \dfrac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$

3) $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$; $tg\alpha.\cot g\alpha = 1$; $\dfrac{1}{\sin^2\alpha} = 1 + \cot g\alpha$; $\dfrac{1}{\cos^2\alpha} = 1 + tg\alpha$

4) Cho ΔABC nhọn, BC = a; AC = b; AB = c khi đó:

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc.\cos A$; $S_{\Delta ABC} = \dfrac{1}{2}bc\sin A$

B.MỘT SỐ BÀI TẬP CƠ BẢN

1.Cho tam giác ABC vuông cân tại A, trung tuyến BD. Gọi I là hình chiếu của C trên BD, H là hình chiếu của I trên AC.

Chứng minh: AH = 3HI.

2.Qua đỉnh A của hình vuông ABCD cạnh bằng a, vẽ một đường thẳng cắt BC ở E và cắt đường thẳng DC ở F.

Chứng minh: $\frac{1}{AE^2}+\frac{1}{AF^2}=\frac{1}{a^2}$

3.Cho tam giác cân ABC có đáy BC = a; $\angle BAC = 2\alpha$; $\alpha < 45^0$. Kẻ các đường cao AE, BF.

a) Tính các cạnh của tam giác BFC theo a và tỉ số lượng giác của góc α.

b) Tính theo a, theo các tỉ số lượng giác của góc α và 2α, các cạnh của tam giác ABF, BFC.

c) Từ các kết quả trên, chứng minh các đẳng thức sau:

1) $\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$; 2) $\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$; 3) $tg2\alpha = \frac{2tg\alpha}{1-tg^2\alpha}$

CHỦ ĐỀ VII

§6.CHỨNG MINH
BẰNG NHAU – SONG SONG, VUÔNG GÓC - ĐỒNG QUY, THẲNG HÀNG

A.KIẾN THỨC CƠ BẢN

1.Tam giác bằng nhau

a) Khái niệm: $\Delta ABC = \Delta A'B'C'$ khi $\begin{cases} \angle A = \angle A'; \angle B = \angle B'; \angle C = \angle C' \\ AB = A'B'; BC = B'C'; AC = A'C' \end{cases}$

b) Các trường hợp bằng nhau của hai tam giác: c.c.c; c.g.c; g.c.g.

c) Các trường hợp bằng nhau của hai tam giác vuông: hai cạnh góc vuông; cạnh huyền và một cạnh góc vuông; cạnh huyền và một góc nhọn.

d) Hệ quả: Hai tam giác bằng nhau thì các đường cao; các đường phân giác; các đường trung tuyến tương ứng bằng nhau.

2.Chứng minh hai góc bằng nhau

-Dùng hai tam giác bằng nhau hoặc hai tam giác đồng dạng, hai góc của tam giác cân, đều; hai góc của hình thang cân, hình bình hành, …

-Dùng quan hệ giữa các góc trung gian với các góc cần chứng minh.

-Dùng quan hệ các góc tạo bởi các đường thẳng song song, đối đỉnh.

-Dùng mối quan hệ của các góc với đường tròn.(Chứng minh 2 góc nội tiếp cùng chắn một cung hoặc hai cung bằng nhau của một đường tròn, …)

3.Chứng minh hai đoạn thẳng bằng nhau

-Dùng đoạn thẳng trung gian.

-Dùng hai tam giác bằng nhau.

-Ứng dụng tính chất đặc biệt của tam giác cân, tam giác đều, trung tuyến ứng với cạnh huyền của tam giác vuông, hình thang cân, hình chữ nhật, …

-Sử dụng các yếu tố của đường tròn: hai dây cung của hai cung bằng nhau, hai đường kính của một đường tròn, …

-Dùng tính chất đường trung bình của tam giác, hình thang, …

4.Chứng minh hai đường thẳng, hai đoạn thẳng song song

-Dùng mối quan hệ giữa các góc: So le bằng nhau, đồng vị bằng nhau, trong cùng phía bù nhau, …

-Dùng mối quan hệ cùng song song, vuông góc với đường thẳng thứ ba.

-Áp dụng định lý đảo của định lý Talet.

-Áp dụng tính chất của các tứ giác đặc biệt, đường trung bình của tam giác.

-Dùng tính chất hai dây chắn giữa hai cung bằng nhau của một đường tròn.

5.Chứng minh hai đường thẳng vuông góc

-Chứng minh chúng song song với hai đường vuông góc khác.

-Dùng tính chất: đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng song song thì vuông góc với đường thẳng còn lại.

-Dùng tính chất của đường cao và cạnh đối diện trong một tam giác.

-Đường kính đi qua trung điểm của dây.

-Phân giác của hai góc kề bù nhau.

6.Chứng minh ba điểm thẳng hàng

-Dùng tiên đề Ơclit: Nếu AB//d; BC//d thì A, B, C thẳng hàng.

-Áp dụng tính chất các điểm đặc biệt trong tam giác: trọng tâm, trực tâm, tâm đường tròn ngoại tiếp, …

-Chứng minh 2 tia tạo bởi ba điểm tạo thành góc bẹt: Nếu góc ABC bằng 180^0 thì A, B, C thẳng hàng.

-Áp dụng tính chất: Hai góc bằng nhau có hai cạnh nằm trên một đường thẳng và hai cạnh kia nằm trên hai nửa mặt phẳng với bờ là đường thẳng trên.

-Chứng minh AC là đường kính của đường tròn tâm B.

7.Chứng minh các đường thẳng đồng quy

-Áp dụng tính chất các đường đồng quy trong tam giác.

-Chứng minh các đường thẳng cùng đi qua một điểm: Ta chỉ ra hai đường thẳng cắt nhau tại một điểm và chứng minh đường thẳng còn lại đi qua điểm đó.

-Dùng định lý đảo của định lý Talet

CHỦ ĐỀ VII

§8.CHỨNG MINH HAI TAM GIÁC ĐỒNG DẠNG
HỆ THỨC HÌNH HỌC

A.KIẾN THỨC CƠ BẢN

1.Tam giác đồng dạng

-Khái niệm: $\Delta ABC \backsim \Delta A'B'C'$ khi $\begin{cases} \angle A = \angle A'; \angle B = \angle B'; \angle C = \angle C' \\ \dfrac{AB}{A'B'} = \dfrac{AC}{A'C'} = \dfrac{BC}{B'C'} \end{cases}$

-Các trường hợp đồng dạng của hai tam giác: c – c – c; c – g – c; g – g.

-Các trường hợp đồng dạng của hai tam giác vuông: góc nhọn; hai cạnh góc vuông; cạnh huyền - cạnh góc vuông…

*Tính chất: Hai tam giác đồng dạng thì tỉ số hai đường cao, hai đường phân giác, hai đường trung tuyến tương ứng, hai chu vi bằng tỉ số đồng dạng; tỉ số hai diện tích bằng bình phương tỉ số đồng dạng.

2.Phương pháp chứng minh hệ thức hình học

-Dùng định lí Talet, tính chất đường phân giác, tam giác đồng dạng, các hệ thức lượng trong tam giác vuông, …

Giả sử cần chứng minh MA.MB = MC.MD

-Chứng minh hai tam giác MAC và MDB đồng dạng hoặc hai tam giác MAD và MCB.

-Trong trường hợp 5 điểm đó cùng nằm trên một đường thẳng thì cần chứng minh các tích trên cùng bằng tích thứ ba.

Nếu cần chứng minh MT^2 = MA.MB thì chứng minh hai tam giác MTA và MBT đồng dạng hoặc so sánh với tích thứ ba.

Ngoài ra cần chú ý đến việc sử dụng các hệ thức trong tam giác vuông; phương tích của một điểm với đường tròn.

CHỦ ĐỀ §10.CHỨNG MINH TỨ GIÁC NỘI TIẾP

A.KIẾN THỨC CƠ BẢN

Phương pháp chứng minh

-Chứng minh bốn đỉnh của tứ giác cùng cách đều một điểm.

-Chứng minh tứ giác có hai góc đối diện bù nhau.

-Chứng minh hai đỉnh cùng nhìn đoạn thẳng tạo bởi hai điểm còn lại hai góc bằng nhau.

-Chứng minh tổng của góc ngoài tại một đỉnh với góc trong đối diện bù nhau.

-Nếu MA.MB = MC.MD hoặc NA.ND = NC.NB thì tứ giác ABCD nột tiếp. (Trong đó $M = AB \cap CD$; $N = AD \cap BC$)

-Nếu PA.PC = PB.PD thì tứ giác ABCD nội tiếp. (Trong đó $P = AC \cap BD$)

-Chứng minh tứ giác đó là hình thang cân; hình chữ nhật; hình vuông; …

Nếu cần chứng minh cho nhiều điểm cùng thuộc một đường tròn ta có thể chứng minh lần lượt 4 điểm một lúc. Song cần chú ý tính chất "Qua 3 điểm không thẳng hàng xác định duy nhất một đường tròn"

DẠNG V

BÀI TẬP HÌNH TỔNG HỢP

Bài 1:

Cho đờng tròn (O;R) và điểm A nằm bên ngoài đờng tròn. Kẻ tiếp tuyến AB, AC với đờng tròn (B, C là các tiếp điểm).

1/ Chứng minh ABOC là tứ giác nội tiếp.

2/ Gọi E là giao điểm của BC và OA. Chứng minh BE vuông góc với OA và OE.OA = R^2.

3/ Trên cung nhỏ BC của đờng tròn (O;R) lấy điểm K bất kỳ (K khác B và C). Tiếp tuyến tại K của đờng tròn (O;R) cắt AB, AC theo thứ tự tại P, Q. Chứng minh tam giác APQ có chu vi không đổi khi K chuyển động trên cung nhỏ BC.

4/ Đờng thẳng qua O và vuông góc với OA cắt các đờng thẳng AB, AC theo thứ tự tại các điểm M, N. Chứng minh PM + QN ≥ MN.

Bài 2: Cho tam giác ABC vuông ở A, có AB = 14, BC = 50. Đờng phân giác của góc ABC và đờng trung trực của cạnh AC cắt nhau tại E.

1. Chứng minh tứ giác ABCE nội tiếp đợc trong một đờng tròn. Xác định tâm O của đờng tròn này.
2. Tính BE.
3. Vẽ đờng kính EF của đờng tròn tâm (O). AE và BF cắt nhau tại P. Chứng minh các đờng thẳng BE, PO, AF đồng quy.
4. Tính diện tích phần hình tròn tâm (O) nằm ngoài ngũ giác ABFCE.

Bài 3:

Cho đờng tròn (O) đờng kính AB = 2R. Vẽ tiếp tuyến d với đờng tròn (O) tại B. Gọi C và D là hai điểm tuỳ ý trên tiếp tuyến d sao cho B nằm giữa C và D. Các tia AC và AD cắt (O) lần lợt tại E và F (E, F khác A).

1. Chứng minh: CB^2 = CA.CE
2. Chứng minh: tứ giác CEFD nội tiếp trong đờng tròn tâm (O').
3. Chứng minh: các tích AC.AE và AD.AF cùng bằng một số không đổi. Tiếp tuyến của (O') kẻ từ A tiếp xúc với (O') tại T. Khi C hoặc D di động trên d thì điểm T chạy trên đờng thẳng cố định nào?

Bài 5: Cho tam giác ABC (AB<AC) có ba góc nhọn nội tiếp đờng tròn (O) có tâm O, bán kính R. Gọi H là giao điểm của ba đờng cao AD, BE, CF của tam giác ABC. Gọi S là diện tích tam giác ABC.

a) Chúng minh rằng AEHF và AEDB là các tứ giác nội tiếp đờng tròn.

b) Vẽ đờng kính AK của đờng tròn (O). Chứng minh tam giác ABD và tam giác AKC đồng dạng với nhau. Suy ra AB.AC = 2R.AD và $S = \dfrac{AB.BC.CA}{4R}$.

c) Gọi M là trung điểm của BC. Chứng minh EFDM là tứ giác nội tiếp đờng tròn.

d) Chứngminh rằng OC vuông góc với DE và (DE + EF + FD).R = 2 S.

Bài 6:

Cho đường tròn (O; R). Từ một điểm M nằm ngoài (O; R) vẽ hai tiếp tuyến MA và MB (A, B là hai tiếp điểm). Lấy điểm C bất kì trên cung nhỏ AB (Ckhác với A và B). Gọi D, E, F lần lượt là hình chiếu vuông góc của C trên AB, AM, BM.

a. Chứng minh AECD là một tứ giác nội tiếp.
b. Chứng minh: $\widehat{CDE} = \widehat{CBA}$
c. Gọi I là giao điểm của AC và ED, K là giao điểm của CB và DF. Chứng minh IK//AB.
d. Xác định vị trí điểm C trên cung nhỏ AB để ($AC^2 + CB^2$) nhỏ nhất. Tính giá trị nhỏ nhất đó khi OM = 2R.

Bài 7: Cho đường tròn tâm O có các đường kính CD, IK (IK không trùng CD)

1. Chứng minh tứ giác CIDK là hình chữ nhật
2. Các tia DI, DK cắt tiếp tuyến tại C của đường tròn tâm O thứ tự ở G; H

c. Chứng minh 4 điểm G, H, I, K cùng thuộc một đường tròn.
d. Khi CD cố định, IK thay đổi, tìm vị trí của G và H khi diện tích tam giác DIJ đạt giá trị nhỏ nhất.

<u>Bài 8</u>:

Cho đường tròn (O) có đường kính AB = 2R. Trên tia đối của AB lấy điểm C sao cho BC = R, trên đường tròn lấy điểm D sao cho BD = R, đường thẳng vuông góc với BC tại C cắt tia AD ở M.

a) Chứng minh tứ giác BCMD là tứ giác nội tiếp .

b) Chứng minh tam giác ABM là tam giác cân .

c) Tính tích AM.AD theo R .

d) Cung BD của (O) chia tam giác ABM thành hai hần. Tính diện tích phần của tam giác ABM nằm ngoài (O) .

Bài 9:

Cho đường tròn (O ; R) đường kính AB và dây CD vuông góc với nhau (CA < CB) Hai tia BC và DA cắt nhau tại E. Từ E kẻ EH vuông góc với AB tại H ; EH cắt CA ở F. Chứng minh rằng :

1/ Tứ giác CDFE nội tiếp được trong một đường tròn.

2/ Ba điểm B , D , F thẳng hàng.

3/ HC là tiếp tuyến của đường tròn (O).