## **Bài tập bất đẳng thức cô si có lời giải**

**Bài 1:** Chứng minh rằng \[({{a}^{2}}+{{b}^{2}})({{b}^{2}}+{{c}^{2}})({{c}^{2}}+{{a}^{2}})\ge 8{{a}^{2}}{{b}^{2}}{{c}^{2}},\forall a,b,c\]

**Bài 2:** Chứng minh rằng \[{{(\sqrt{a}+\sqrt{b})}^{8}}\ge 64ab{{(a+b)}^{2}},\forall a,b\ge 0\]

**Bài 3:** Chứng minh rằng \[(1+a+b)(a+b+ab)\ge 9ab,\forall a,b\ge 0\]

**Bài 4:** Chứng minh rằng \[3{{a}^{3}}+6{{b}^{3}}\ge 9a{{b}^{2}},\forall a,b\ge 0\]

**Bài 5:** Chứng minh rằng \[(a+b)(1+ab)\ge 4ab,\forall a,b\ge 0\]

**Bài 6:** Chứng minh rằng \[\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\ge \frac{4}{a+b}\]

**Bài 7:** Chứng minh rằng \[a+b+c\ge \sqrt{ab}+\sqrt{bc}+\sqrt{ca},\forall a,b,c\ge 0\]

**Bài 8:** Chứng minh rằng \[{{a}^{2}}{{b}^{2}}+{{b}^{2}}{{c}^{2}}+{{c}^{2}}{{a}^{2}}\ge abc(a+b+c),\forall a,b,c\]

**Bài 9:** Chứng minh rằng \[(a+1)(b+1)(a+c)(b+c)\ge 16abc,\forall a,b,c\ge 0\]

**Bài 10:** Chứng minh rằng \[a+b+c\le \frac{1}{2}\left( {{a}^{2}}b+{{b}^{2}}c+{{c}^{2}}a+\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c} \right),\forall a,b,c>0\]

**Bài 11:** Chứng minh rằng \[\frac{{{a}^{4}}}{b}+\frac{{{b}^{4}}}{c}+\frac{{{c}^{4}}}{a}\ge 3abc,\forall a,b,c>0\]

**Bài 12:** Chứng minh rằng \[a\left( \frac{a}{2}+\frac{1}{bc} \right)+b\left( \frac{b}{2}+\frac{1}{ca} \right)+c\left( \frac{c}{2}+\frac{1}{ab} \right)\ge \frac{9}{2},\forall a,b,c>0\]

**Bài 13:** Chứng minh rằng \[{{a}^{3}}+{{b}^{3}}+{{c}^{3}}\ge {{a}^{2}}b+{{b}^{2}}c+{{c}^{2}}a,\forall a,b,c>0\]

**Bài 14:** Chứng minh rằng \[{{a}^{3}}{{b}^{3}}+{{b}^{3}}{{c}^{3}}+{{c}^{3}}{{a}^{3}}\ge abc\left( a{{b}^{2}}+b{{c}^{2}}+c{{a}^{2}} \right),\forall a,b,c>0\]

**Bài 15:** Chứng minh rằng \[\frac{{{a}^{3}}}{{{b}^{3}}}+\frac{{{b}^{3}}}{{{c}^{3}}}+\frac{{{c}^{3}}}{{{a}^{3}}}\ge \frac{{{a}^{2}}}{bc}+\frac{{{b}^{2}}}{ac}+\frac{{{c}^{2}}}{ab},\forall a,b,c>0\]      

**Bài 16:** Chứng minh rằng \[\frac{{{a}^{5}}}{{{b}^{2}}}+\frac{{{b}^{5}}}{{{c}^{2}}}+\frac{{{c}^{5}}}{{{a}^{2}}}\ge {{a}^{3}}+{{b}^{3}}+{{c}^{3}},\forall a,b,c>0\]

**Bài 17:** Chứng minh rằng \[\frac{{{a}^{4}}}{{{b}^{2}}c}+\frac{{{b}^{4}}}{{{c}^{2}}a}+\frac{{{c}^{4}}}{{{a}^{2}}b}\ge a+b+c,\forall a,b,c>0\]

**Bài 18:** Chứng minh rằng \[\frac{{{a}^{5}}}{b{{c}^{2}}}+\frac{{{b}^{5}}}{c{{a}^{2}}}+\frac{{{c}^{5}}}{a{{b}^{2}}}\ge {{a}^{2}}+{{b}^{2}}+{{c}^{2}},\forall a,b,c>0\]

**Bài 19:** Chứng minh rằng \[\frac{{{a}^{4}}}{a+b}+\frac{{{b}^{4}}}{b+c}+\frac{{{c}^{4}}}{c+a}\ge \frac{a{{b}^{2}}+b{{c}^{2}}+c{{a}^{2}}}{2},\forall a,b,c>0\]

**Bài 20:** Chứng minh rằng \[\frac{{{a}^{6}}}{{{b}^{2}}c}+\frac{{{b}^{6}}}{{{c}^{2}}a}+\frac{{{c}^{6}}}{{{a}^{2}}b}\ge {{a}^{2}}b+{{b}^{2}}c+{{c}^{2}}a,\forall a,b,c>0\]