§ 1 Tổ hợp

A. Tóm tắt giáo khoa

I. Quy tắc đếm

1. Quy tắc cộng: Giả sử công việc có thể tiến hành theo một trong hai phương án A và B. Phương án A có thể thực hiện bởi n cách; phương án B có thể thực hiện bởi m cách. Khi đó, công việc được thực hiện theo n + m cách.

2. Quy tắc nhân: Giả sử công việc bao gồm hai công đoạn A và B. Công đoạn A có thể thực hiện bởi n cách; công đoạn B có thể thực hiện bởi m cách. Khi đó, công việc được thực hiện bởi n.m cách.

II. Hoán vị – Chỉnh hợp – Tổ hợp

1. Hoán vị:

a. Định nghĩa: Cho tập A có n phần tử. Mỗi sự sắp xếp của n phần tử đó theo một thứ tự định trước là một phép hoán vị các phần tử của tập A.

b. Định lý: Số phép hoán vị của tập hợp có n phần tử , kí hiệu P_n là: $P_n = n! = 1.2.3\ldots n$

2. Chỉnh hợp:

a. Định nghĩa: Cho tập hợp A có n phần tử. Xét số $k \in ¥$ mà $1 \le k \le n$. Khi lấy ra k phần tử trong số n phần tử rồi đem sắp xếp k phần tử đó theo một thứ tự định trước, ta được một phép chỉnh hợp chập k của n phần tử.

b. Định lý: Số phép chỉnh hợp chập k của n phần tử, kí hiệu A_n^k là: $A_n^k = n.(n-1)\ldots(n-k+1) = \dfrac{n!}{(n-k)!}$.

3. Tổ hợp:

a. Định nghĩa: Cho tập hợp A có n phần tử và số $k \in ¥$ mà $1 \le k \le n$. Một tập hợp con của A có k phần tử được gọi là một tổ hợp chập k của n phần tử.

b. Định lý: Số tổ hợp chập k của n phần tử, kí hiệu C_n^k là: $C_n^k = \dfrac{n!}{k!(n-k)!} = \dfrac{n(n-1)\ldots(n-k+1)}{k!}$

c. Hai tính chất cơ bản của tổ hợp:

Cho a, $k \in ¥^*$:

$$C_n^k = C_n^{n-k} \qquad (0 \le k \le n)$$

$$C_{n+1}^k = C_n^k + C_n^{k-1} \qquad (1 \le k \le n)$$

III. Khai triển nhị thức Newton

$$(a+b)^n = \sum_{k=0}^{n} C_n^k a^{n-k} b^k$$

$$= C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} b + .. + C_n^k a^{n-k} b^k + .. + C_n^n b^n$$

Nhận xét:

- Trong khai triển nhị thức Newton có n + 1 số hạng.
- Trong một số hạng thì tổng số mũ của a và b bằng n.
- Các hệ số của khai triểu nhị thức cách đếu số hạng đầu và cuối thì bằng nhau.
- Số hạng tổng quát thứ k + 1 kí hiệu T_{k+1} thì: $T_{k+1} = C_n^k a^{n-k} b^k$
- $C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + \ldots + C_n^n = 2^n$
- $C_n^0 - C_n^1 + C_n^2 - C_n^3 + \ldots + (-1)^k C_n^k + \ldots + (-1)^n C_n^n = 0$

Chú ý:

- $(a+b)^n = \sum_{k=0}^{n} C_n^k a^{n-k} b^k$ là khai triển theo số mũ của a giảm dần.
- $(a+b)^n = \sum_{k=0}^{n} C_n^k a^k b^{n-k}$ là khai triển theo số mũ của a tăng dần.

B. Các Dạng bài toán cơ bản

Dạng 1: Bài toán về quy tắc đếm

Phương pháp giải: *Cần phân biệt công việc phải làm được tiến hành theo phương án A hoặc B để chọn quy tắc cộng, hoặc bao gồm công đoạn A và B để chọn quy tắc nhân.*

Ví dụ1: Bạn X vào siêu thị để mua một áo sơ mi, thoe cỡ 40 hoặc 41. Cỡ 40 có 3 màu khác nhau, cỡ 41 có 4 màu khác nhau. Hỏi X có bao nhiêu cách chọn?

Giải

Bạn X có hai phương án để chọn:
Phương án A cỡ 40: Có 3 cách chọn (chọn theo 3 màu);
Phương án B cỡ 41: Có 4 cách chọn.
Vậy X có 3 + 4 = 7 cách chọn.

Ví dụ 2: Cho tập $A = \{0;1;2;3;4\}$. Có bao nhiêu số chẵn mà mỗi số gồm ba chữ số khác nhau chọn trong số các phần tử của A?

Giải

Cách 1: Gọi số cần tìm dạng: $\overline{abc}$ với c phải chia hết cho 2. Ta có hai phương án chọn số chẵn:

<u>Phương án A:</u> Chọn số chẵn tận cùng bằng 0 (dạng $\overline{ab0}$)

Chọn $b \in A \setminus \{0\}$: có 4 cách chọn

Chọn $a \in A \setminus \{a, 0\}$: có 3 cách chọn

Vậy phương án A có: 4.3 = 12 cách chọn

<u>Phương án B:</u> Chọn số chẵn tận cùng khác 0.

Chọn $c \in \{2; 4\}$: có 2 cách chọn

Chọn $a \in A \setminus \{c; 0\}$: có 3 cách chọn

Chọn $b \in A \setminus \{a, c\}$: có 3 cách chọn

Vậy phương án B có: 2.3.3 = 18 cách chọn

Vậy có tất cả: 12 + 18 = 30 số chẵn được lập từ A

Cách 2:

- Số có ba chữ số khác nhau lập từ A là: $\overline{abc}$

  Chọn $a \in A \setminus \{0\}$: có 4 cách chọn

  Chọn $b \in A \setminus \{a\}$: có 4 cách chọn

  Chọn $c \in A \setminus \{a, b\}$: có 3 cách chọn

Vậy có: 4.4.3 = 48 số có 3 chữ số lập từ A (1)

- Số lẻ có ba chữ số khác nhau lập từ A là: $\overline{abc}$ (c phải là số lẻ)

  Chọn $c \in \{1; 3\}$: có 2 cách chọn

  Chọn $a \in A \setminus \{c, 0\}$: có 3 cách chọn

  Chọn $b \in A \setminus \{a, c\}$: có 3 cách chọn

Vậy có: 2.3.3 = 18 số lẻ có ba chữ số lập từ A. (2)

Từ (1) và (2) ta suy ra: Số chẵn có ba chữ số lập từ A là: 48 – 18 = 30 số

Ví dụ 3: Từ tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ hỏi có thể lập được bao nhiêu số có 7 chữ số sao cho chữ số 1 xuất hiện 3 lần, còn các chữ số khác xuất hiện một lần?

Giải

Số có 7 chữ số nên có 7 vị trí

Vậy ta lấy các phần tử của A cho vào các vị trí này sao cho thỏa mãn đề bài

Cho số 2 vào 7 vị trí: ta có 7 cách chọn

Cho số 3 vào các vị trí còn lại: có 6 vị trí chọn

Cho số 4 vào các vị trí còn lại sau khi cho số 2, 3: có 5 vị trí để chọn

Cho số 5 vào các vị trí còn lại sau khi đã cho số 2, 3, 4: có 4 vị trí để chọn

Còn lại 3 số 1 và 3 vị trí còn lại có 1 cách chọn

Vậy có: 7.6.5.4.1 = 840 số

Dạng 2: Thực hiện phép hoán vị

Phương pháp giải:

- Sử dụng phép xếp đặt của n phần tử có thứ tự: $P_n = n! = 1.2.3\ldots n$
- Thực hiện quy tắc cộng hoặc quy tắc nhân

Ví dụ: Bạn X mời hai bạn nam và ba bạn nữ dự tiệc sinh nhật. Bạn định xếp nam, nữ ngồi riêng trên các chiếc ghế, xếp theo một hàng dài. Hỏi X có bao nhiêu cách xếp đặt?

Giải

Đây là bài toán hoán vị.

Xếp hai bạn nam vào hai ghế kề nhau: có 2! cách xếp.

Xếp ba bạn nữ vào ba ghế kề nhau: có 3! cách xếp.

Xếp theo nhóm nam, nữ: có 2! cách xếp.

Vậy số cách xếp là: 2!.(2!3!) = 24 cách.

Dạng 3: Thực hiện phép chỉnh hợp

Phương pháp giải: Phép xếp đặt có thứ tự của k phần tử trong n phần tử: $A_n^k = n.(n-1)\ldots(n-k+1) = \dfrac{n!}{(n-k)!}$

Ví dụ1: Trong mặt phẳng cho 7 điểm A, B, C, D, E, M, N khác nhau. Có bao nhiêu vectơ nối hai điểm trong các điểm đó?

Giải

Mỗi vectơ là một chỉnh hợp chập 2 của tập hợp gồm 7 điểm.

Số vectơ muốn tìm là số chỉnh hợp chập 2 của 7: $A_7^2 = 7.6 = 42$ (vectơ).

Ví dụ 2: Từ tập $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ có thể lập được bao nhiêu số có 4 chữ số khác nhau?

Giải:

Gọi số cần tìm là $\overline{abcd}$

Có $a \in A \setminus \{0\}$: có 5 cách chọn

$\overline{bcd}$ là một chỉnh hợp chập 3 của tập A\{a}: có A_5^3

Vậy có $5.A_5^3 = 300$ số

Dạng 4: Thực hiện phép tổ hợp

Phương pháp giải: Phép xếp đặt không có thứ tự của k phần tử chọn trong n phần tử: $C_n^k = \dfrac{n!}{k!(n-k)!} \quad (0 \le k \le n)$

Ví dụ: Cho 7 điểm phân biệt không tồn tại ba điểm thẳng hàng. Từ 7 điểm trên có thể lập được bao nhiêu tam giác?

Giải

Một tam giác gồm 3 đỉnh (không cần thứ tự) chọn trong 7 điểm. Như vậy để tạo một tam giác xem như chọn một tập còn gồm 3 phần tử trong số 7 phần tử.

Số tam giác là số tổ hợp chập 3 của 7: $C_7^3 = \dfrac{7!}{3!4!} = 35$ (tam giác)

Dạng 5: Tìm $n \in ¥^*$ trong phương trình chứa P_n, A_n^k, C_n^k

Phương pháp giải: Dùng các công thức:

$$P_n = n! \quad (n \ge 1); \quad A_n^k = n(n-1)...(n-k+1) = \frac{n!}{(n-k)!} \quad (1 \le k \le n); \quad C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!} \quad (0 \le k \le n)$$

Ví dụ 1: Tìm $n \in ¥^*$, nếu có: $\dfrac{2P_n}{P_{n-1}} = A_n^3 \quad (1)$.

Giải

Điều kiện: $n \ge 3$

$$(1) \Leftrightarrow \frac{2.n!}{(n-1)!} = n.(n-1)(n-2) \Leftrightarrow 2 = (n-1)(n-2) \Leftrightarrow n^2 - 3n = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} n = 0 & (\text{loại}) \\ n = 3 & (\text{thỏa mãn}) \end{array}\right.$$

Vậy n = 3.

Ví dụ 2: Tìm $n \in ¥^*$, nếu có: $6n - 6 + C_n^3 \ge C_{n+1}^3$. (2)

Giải

Điều kiện: $n \ge 3$.

$$(2) \Leftrightarrow 6n - 6 + C_n^3 \ge C_n^2 + C_n^3 \Leftrightarrow 6n - 6 \ge C_n^2 \Leftrightarrow 6(n-1) \ge \frac{n!}{2!(n-2)!} \Leftrightarrow n^2 - 13n + 12 \le 0 \Leftrightarrow 1 \le n \le 12 \quad (3)$$

Từ (2) và (3) ta có: $3 \le n \le 12$. Vậy $n \in \{3,4,5,6,7,8,9,10,11,12\}$.

Dạng 6: Tìm phần tử đặc biệt trong khai triển của $(a + b)^n$.

Phương pháp giải: Sử dụng công thức khai triển của nhị thức Newton:

$(a+b)^n = \sum_{k=0}^{n} C_n^k a^{n-k} b^k = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} b + C_n^2 a^{n-2} b^2 + .. + C_n^k a^{n-k} b^k + .. + C_n^n b^n$ (khai triển theo lũy thừa của a tăng, b giảm)

(***Chú ý:*** $(a+b)^n = \sum_{k=0}^{n} C_n^k a^k b^{n-k}$ khai triển theo lũy thừa của a giảm dần, b tăng dần)

Ví dụ1: Tìm số hạng chứa x^3 trong khai triển $(11 + x)^{11}$.

Giải

Cách 1:

Ta có số hạng tổng quát thứ k + 1 trong khai triển trên là: $T_{k+1} = C_{11}^k 11^{11-k} x^k \quad (0 \le k \le 10)$

Để $x^k = x^3$ thì k = 3, ⇒ số hạng chứa x^3 là: $C_{11}^3 11^8 x^3$

Cách 2:

$(11+x)^{11} = \sum_{k=0}^{11} C_{11}^k 11^{11-k} x^k$ ⇒ Để $x^k = x^3$ thì k = 3 ⇒ Số hạng chứa x^3 là: $C_{11}^3 11^8 x^3$

Ví dụ 2: Trong khai triển $\left(2\sqrt[3]{x} - \dfrac{3}{\sqrt{x}}\right)^{10}$, (x > 0), hãy tìm số hạng không chứa x.

Giải

Có số hạng tổng quát thứ k + 1 là:

$$T_{k+1} = C_{10}^k \left(2\sqrt[3]{x}\right)^{10-k} \left(-\frac{3}{\sqrt{x}}\right)^k = C_{10}^k \left(2.x^{\frac{1}{3}}\right)^{10-k} \left(-\frac{3}{x^{\frac{1}{2}}}\right)^k = C_{10}^k 2^{10-k} (-3)^k \frac{x^{\frac{10-k}{3}}}{x^{\frac{k}{2}}} = C_{10}^k 2^{10-k} (-3)^k x^{\frac{20-5k}{6}}$$

Để số hạng không chứa x thì $\dfrac{20-5k}{6} = 0 \Leftrightarrow k = 4$

Vậy số hạng không chứa x là: $C_{10}^4 2^6 (-3)^4 = 4354560$ *(Chú ý: $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$)*

Ví dụ 3: Tìm hệ số của x^8 trong khai triển $\left[1 + x^2(1-x)\right]^8$

Giải

Ta có:

$$\left[1+x^2(1-x)\right]^8=\sum_{k=0}^{8}C_8^k\left[x^2(1-x)\right]^k=\sum_{k=0}^{8}C_8^kx^{2k}(1-x)^k=\sum_{k=0}^{8}C_8^kx^{2k}\sum_{i=0}^{k}C_k^i(-x)^i=\sum_{k=0}^{8}\sum_{i=0}^{k}C_8^kC_k^i(-1)^ix^{2k+i}\ (0\le i\le k\le 8)$$

Để $x^{2k+i}=x^8\Leftrightarrow 2k+i=8\Leftrightarrow k=\dfrac{8-i}{2}$, k và i là các số nguyên thỏa mãn $(0\le i\le k\le 8)\Rightarrow i=0;\ k=4$ và $i=2;\ k=3$

Vậy hệ số của số hạng chứa x^8 là: $C_8^4C_4^0(-1)^0+C_8^3C_3^2(-1)^2=238$

Ví dụ 4: Cho khai triển: $(1+2x)^{10}=a_0+a_1x+a_2x^2+..+a_{10}x^{10}$, có các hệ số $a_0,a_1,a_2,..,a_{10}$. Tìm hệ số lớn nhất

Giải

Ta có: $(1+2x)^{10}=\sum_{k=0}^{10}C_{10}^k(2x)^k=\sum_{k=0}^{10}C_{10}^k2^kx^k\quad(0\le k\le 10)\Rightarrow$ Hệ số $a_k=C_{10}^k2^k$

Có: $\dfrac{a_k}{a_{k+1}}=\dfrac{C_{10}^k2^k}{C_{10}^{k+1}2^{k+1}}=\dfrac{\dfrac{10!}{k!(10-k)!}}{\dfrac{10!}{(k+1)!(9-k)!}.2}=\dfrac{10!}{k!(10-k)!}.\dfrac{(k+1)!(9-k)!}{2.10!}=\dfrac{k+1}{2.(10-k)}\quad(0\le k\le 9)$

Để $\dfrac{a_k}{a_{k+1}}<1\Leftrightarrow\dfrac{k+1}{2.(10-k)}<1\Leftrightarrow k+1<20-2k\Leftrightarrow k<6+\dfrac{1}{3}$

$\Rightarrow$ với $k<6+\dfrac{1}{3}\Leftrightarrow a_k<a_{k+1}\Rightarrow a_0<a_1<a_2<a_3<a_4<a_5<a_6<a_7\quad(1)$

Lại có: $a_k>a_{k+1}\Leftrightarrow k>6+\dfrac{1}{3}\Rightarrow a_7>a_8>a_9>a_{10}\quad(2)$

Từ (1) và (2) $\Rightarrow$ hệ số lớn nhất là: $a_7=C_{10}^72^7=15360$

Dạng 7: Tìm tổng có chứa C_n^k

Phương pháp giải: Từ đề bài, ta liên kết với một nhị thức khai triển và cho x giá trị thích hợp, từ đó suy ra kết quả.

Ví dụ 1: Tính tổng: $S_1=C_n^0+C_n^1+C_n^2+...+C_n^n;\quad S_2=C_n^0-C_n^1+C_n^2-...+(-1)^kC_n^k+...+(-1)^nC_n^n$

Giải

Ta có:

Chọn x = 1 ta có: $(1+1)^n=C_n^0+C_n^1+C_n^2+...+C_n^n\Rightarrow S_1=2^n$

Chọn x = – 1 ta có: $(1-1)^n=C_n^0-C_n^1+C_n^2-...+(-1)^kC_n^k+...+(-1)^nC_n^n\Rightarrow S_2=0$

Ví dụ 2: Tính tổng: $S_3=C_{2n}^0+C_{2n}^2+C_{2n}^4+...+C_{2n}^{2n};\quad S_4=C_{2n}^1+C_{2n}^3+...+C_{2n}^{2n-1}$

Giải

Ta có: $(1+x)^{2n}=C_{2n}^0+C_{2n}^1+C_{2n}^2+C_{2n}^3+...+C_{2n}^{2n-1}+C_{2n}^{2n}$

$$+\left.\begin{array}{ll}x=1 & \Rightarrow 2^{2n}=C_{2n}^0+C_{2n}^1+C_{2n}^2+C_{2n}^3+C_{2n}^4+...+C_{2n}^{2n-1}+C_{2n}^{2n}\\ x=-1 & \Rightarrow 0=C_{2n}^0-C_{2n}^1+C_{2n}^2-C_{2n}^3+C_{2n}^4-...-C_{2n}^{2n-1}+C_{2n}^{2n}\end{array}\right\}$$

$$2^{2n}=2\left(C_{2n}^0+C_{2n}^2+C_{2n}^4+...+C_{2n}^{2n}\right)\Leftrightarrow S_3=C_{2n}^0+C_{2n}^2+C_{2n}^4+..+C_{2n}^{2n}=2^{2n-1}$$

Lại có:

$$-\left.\begin{array}{ll}x=1 & \Rightarrow 2^{2n}=C_{2n}^0+C_{2n}^1+C_{2n}^2+C_{2n}^3+C_{2n}^4+...+C_{2n}^{2n-1}+C_{2n}^{2n}\\ x=-1 & \Rightarrow 0=C_{2n}^0-C_{2n}^1+C_{2n}^2-C_{2n}^3+C_{2n}^4-...-C_{2n}^{2n-1}+C_{2n}^{2n}\end{array}\right\}$$

$$2^{2n}=2\left(C_{2n}^1+C_{2n}^3+C_{2n}^5+...+C_{2n}^{2n-1}\right)\Leftrightarrow S_4=C_{2n}^1+C_{2n}^3+..+C_{2n}^{2n-1}=2^{2n-1}$$

Ví dụ 3: Tính tổng: $T=C_n^0-2C_n^1+2^2C_n^2-2^3C_n^3+...+(-2)^nC_n^n$

Giải

Ta có: $(1+x)^n=C_n^0+C_n^1x+C_n^2x^2+...+C_n^kx^k+...+C_n^nx^n$

Chọn x = –2 được: $(1-2)^n=C_n^0-2C_n^1+2^2C_n^2-2^3C_n^3+...+(-2)^nC_n^n\quad\Rightarrow T=(-1)^n$

C. Câu hỏi trắc nghiệm

<u>Câu 1:</u> Trong một liên đoàn bóng rổ có 10 đội, mỗi đội đấu với mỗi đội khác hai lần, một lần ở sân nhà và một lần ở sân khách. Số trận đấu được sắp xếp là:

a. 45 b. 90 c. 100 d. 180

<u>Câu 2:</u> Trong một liên đoàn bóng đá có 10 đội, mỗi đội phải đá 4 trận với mỗi đội khác, 2 trận ở sân nhà và 2 trận ở sân khách. Số trận đấu được sắp xếp là:

a. 180 b. 160 c. 90 d. 45

Câu 3: Giả sử ta dùng 5 màu để tô màu cho 3 nước khác nhau trên bản đồ và không có màu nào được dùng lại hai lần. Số các cách để chọn những màu cần dùng là:

a. $\frac{5!}{2!}$ b. 15 c. $\frac{5!}{3!2!}$ d. 5^3

Câu 4: Số tam giác xác định bởi các đỉnh của một đa giác đều 10 cạnh là:

a. 35 b. 120 c. 240 d. 720

Câu 5: Nếu tất cả các đường chéo của đa giác đều 12 cạnh được vẽ thì số đường chéo là:

a. 121 b. 66 c. 132 d. 54

Câu 6: Nếu một đa giác đều có 44 đường chéo, thì số cạnh của đa giác là:

a. 11 b. 10 c. 9 d. 8

Câu 7: Sau bữa tiệc, mỗi người bắt tay một lần với mỗi người khác trong phòng. Có tất cả 66 lần bắt tay. Hỏi trong phòng có bao nhiêu người?

a. 11 b. 12 c. 33 d. 67

Câu 8: Số tập hợp con có 3 phần tử của một tập hợp có 7 phần tử là:

a. C_7^3 b. A_7^3 c. $\frac{7!}{3!}$ d. 7

Câu 9: Tên của 15 học sinh được bỏ vào mũ. Chọn tên 4 học sinh cho đi du lịch. Hỏi có bao nhiêu cách chọn?

a. 4! b. 15! c. 1365 d. 32760

Câu 10: Một hội đồng gồm 2 giáo viên và 3 học sinh được chọn từ một nhóm 5 giáo viên và 6 học sinh. Hỏi có bao nhiêu cách chọn?

a. 200 b. 150 c. 160 d. 180

Câu 11: Một tổ gồm 12 học sinh trong đó có bạn An. Hỏi có bao nhiêu cách chọn 4 em đi trực trong đó phải có bạn An?

a. 990 b. 495 c. 220 d. 165

Câu 12: Từ một nhóm 5 người, chọn ra các nhóm có ít nhất 2 người. Hỏi có bao nhiêu cách chọn?

a. 25 b. 26 c. 31 d. 32

Câu 13: Một đa giác lồi có số đường chéo gấp đôi số cạnh. Hỏi đa giác đó có bao nhiêu cạnh?

a. 5 b. 6 c. 7 d. 8

Câu 14: Một tổ gồm 7 nam và 6 nữ. Có bao nhiêu cách chọn 4 em đi trực sao cho ít nhất 2 nữ?

a. $\left(C_7^2+C_6^5\right)+\left(C_7^1+C_6^3\right)+C_6^4$ b. $C_7^2C_6^2+C_7^1C_6^3+C_6^4$

c. $C_{11}^2.C_{12}^2$ d. Một đáp số khác

Câu 15: Số cách chia 10 học sinh thành ba nhóm lần lượt gồm 2, 3 và 5 học sinh là:

a. $C_{10}^2+C_{10}^3+C_{10}^5$ b. $C_{10}^2C_8^3C_5^5$ c. $C_{10}^2+C_8^3+C_5^5$ d. $C_{10}^5+C_5^3+C_2^2$

Câu 16: Một thứ sinh phải chọn 10 trong số 20 câu hỏi. Hỏi có bao nhiêu cách chọn 10 câu này nếu 3 câu đầu phải được chọn?

a. C_{20}^{10} b. $C_{10}^3+C_{10}^7$ c. $C_{10}^3C_{10}^7$ d. C_{17}^7

Câu 17: Trong các câu sau đây, câu nào ***sai***?

a. $C_{14}^3=C_{14}^{11}$ b. $C_{10}^3+C_{10}^4=C_{11}^4$

c. $C_4^0+C_4^1+C_4^2+C_4^3+C_4^4=16$ d. $C_{10}^4+C_{11}^5=C_{12}^5$

Câu 18: Mười hai đường thẳng có nhiều nhất bao nhiêu giao điểm?

a. 12 b. 66 c. 132 d. 144

Câu 19: Cho biết $C_n^{n-k}=28$. Giá trị của n và k lần lượt là:

a. 8 và 4 b. 8 và 3 c. 8 và 2 d. Không thể tìm được.

Câu 20: Có tất cả 120 cách chọn 3 học sinh từ một nhóm n (chưa biết) học sinh. Số n là nghiệm của phương trình nào sau đây?

a. $n(n+1)(n+2)=120$ b. $n(n+1)(n+2)=720$ c. $n(n-1)(n-2)=120$ d. $n(n-1)(n-2)=720$

Câu 21: Từ bảy chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 có thể lập được bao nhiêu số gồm 4 chữ số khác nhau (hay đôi một khác nhau)?

a. 7! b. 7^4 c. 7.6.5.4 d. 7!.6!.5!.4!

Câu 22: Số cách chọn một ban chấp hành gồm một trưởng ban, một phó ban, một thư kí và một thủ quỹ được chọn từ 16 thành viên là:

a. 4 b. $\frac{16!}{4!}$ c. $\frac{16!}{12!4!}$ d. $\frac{16!}{12!}$

Câu 23: Trong một buổi hòa nhạc, có các ban nhạc của các trường đại học từ Huế, Đà Nẵng, Quy Nhơn, Nha Trang và Đà Lạt tham dự. Tìm số cách xếp đặt thứ tự để các ban nhạc sẽ biểu diễn nếu ban nhạc Nha Trang biểu diễn đầu tiên.

a. 4 b. 20 c. 24 d. 120

Câu 24: Từ các chữ số 2, 3, 4 và 5 có thể lập được bao nhiêu số gồm bốn chữ số?

a. 256 b. 120 c. 24 d. 16

Câu 25: Ông và bà An cùng có 6 đứa con đang lên máy bay theo một hàng dọc. Có bao nhiêu cách xếp hàng khác nhau nếu ông An hay bà An đứng ở đầu hoặc cuối hàng?

a. 720 b. 1440 c. 20160 d. 40320

Câu 26: Xếp 3 sách Văn khác nhau, 4 sách Toán khác nhau và 2 sách Anh khác nhau trên một kệ sách dài sao cho các sách cùng môn xếp kề nhau. Số cách xếp có được là:

a. 288 b. 864 c. 1260 d. 1728

Câu 28: Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 và 7, ta lập thành các số gồm 4 chữ số khác nhau sao cho hai chữ số đầu là số lẻ, hai chữ số sau là số chẵn. Hỏi có bao nhiêu số được lập thành?

a. 72 b. 144 c. 210 d. 840

Câu 29: Xếp 7 bạn ngồi trên một dãy ghế dài sao cho hai bạn An và bình ngồi kề bên nhau. Số cách xếp là:

a. 720 b. 1440 c. 1080 d. 840

Câu 30: Từ một tổ có n học sinh, ta chọn hai em làm tổ trưởng, tổ phó. Có 56 cách chọn khác nhau. Như thế số n bằng:

a. 32 b. 16 c. 8 d. 4

Câu 31: Từ n người chọn ra ba người làm chủ tịch, phó chủ tịch và thư kí. Có 120 cách chọn khác nhau. Như thế số n bằng:

a. 4 b. 5 c. 6 d. 40

Câu 32: Nếu $C_n^k = 10$ và $A_n^k = 60$ thì k bằng:

a. 3 b. 5 c. 6 d. 10

Câu 33: Có bao nhiêu số tự nhiên gồm ba chữ số khác nhau?

a. 648 b. 720 c. 900 d. 999

Câu 34: Xếp 3 nam và 4 nữ ngồi trên một dãy gồm 7 ghế. Nếu họ ngồi theo từng phái (tức là nam riêng, nữ riêng), thì số cách xếp là:

a. 3!.4! b. $\frac{7!}{2}$ c. $\frac{7!}{4!.3!}$ d. 2.3!.4!

Câu 35: Bảy quyển sách đánh số từ 1 đến 7 phải được xếp vào đúng bảy vị trí mang số từ 1 đến 7. Nếu xếp lộn chỗ, thì số cách xếp lộn chỗ là:

a. 6^7 b. 7! – 1 c. 6!+5!+4!+3!+2!+1! d. Một đáp số khác

Câu36: Từ năm chữ số 0, 1, 2, 3, 4 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên x gồm các chữ số khác nhau biết x > 3000?

a. 144 b. 96 c. 60 d. 48

Câu 37: Xếp 3 sách Toán, 2 sách Lí, 1 sách Hóa trên một kệ sách dài sao cho các sách cùng một loại xếp kề nhau. Số cách xếp là:

a. 12 b. 18 c. 36 d. 72

Câu 38: Từ các chữ số 1, 2, 3, 4 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm các chữ số khác nhau?

a. 16 b. 24 c. 15 d. 64

Câu 39: Xếp 6 người (trong đó có 1 cặp vợ chồng) ngồi quanh một bàn tròn có 6 ghế không ghi số sao cho cặp vợ chồng ngồi cạnh nhau. Số cách xếp là:

a. 2.5! b. 2.4! c. 5! d. 4!

Câu 40: Một dãy dài có 10 ghế. Xếp một cặp vợ chồng ngồi vào 2 trong 10 ghế sao cho người vợ ngồi bên phải người chồng (không bắt buộc phải gần nhau). Số cách xếp là:

a. 45 b. 50 c. 55 d. 90